SÉRIE VIII. — TOME I. N° 7. JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE 1940.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

LA THÉORIE DU MAGNÉTRON

Par LÉON BRILLOUIN,
Professeur au Collège de France.

Sommaire. — Les essais théoriques sur le fonctionnement du magnétron sont, en général, entachés d'une erreur importante, parce qu'ils ne tiennent pas un compte exact du rôle de la charge d'espace. Le présent essai vise à remédier à ce défaut, et conduit à des conséquences très différentes de celles qu'on a généralement annoncées; la forme des trajectoires électroniques donnée par la figure 7 est très caractéristique à cet égard. Dans le cas limite où le champ magnétique est juste réglé pour couper le courant d'anode, on retrouve une distribution de charge d'espace déjà décrite par Hull en 1924, dans une courte Note à la *Phys. Rev.* (1924, **23**, 112). Mais ce résultat partiel n'avait pas pu, jusqu'à présent, être étendu, et était resté isolé. La présente étude en fournit une extension logique, pour un magnétron en régime statique; l'article se termine par quelques mots sur l'interprétation possible des oscillations des magnétrons.

1. Introduction. Généralités sur le rôle du champ magnétique. — Depuis les premiers travaux de Hull sur les magnétrons, un grand nombre d'essais théoriques ont été tentés, mais la plupart paraissent insuffisants ou inexacts; certains auteurs étudient le mouvement des électrons en négligeant la charge d'espace; d'autres se servent de la charge d'espace calculée par Langmuir pour une diode sans champ magnétique. De telles études ne peuvent être que très grossières, car un champ magnétique fort produit une grosse modification des trajectoires électroniques et, par conséquent, de la charge d'espace. D'autre part, les auteurs qui ont cherché à évaluer la charge d'espace en présence de champ magnétique ne paraissent pas avoir fourni de solutions convenables du problème. Il semble donc nécessaire de reprendre la question du début, et de calculer directement la répartition de la charge d'espace et des potentiels dans le magnétron; faute de connaître ces données essentielles, on ne peut développer une étude cohérente de cet instrument.

Il est impossible d'appliquer aux magnétrons le théorème de Larmor [1], celui-ci n'est valable que lorsque la rotation provoquée par le champ magnétique est très faible, ce qui limite l'emploi du théorème de Larmor au cas où le champ magnétique ne modifie pas sensiblement le courant d'anode, et cela n'a guère d'intérêt.

En revanche, une forme plus perfectionnée de théorie fournit immédiatement un résultat important; on sait qu'en présence d'un champ magnétique, la définition des composantes de quantité de mouvement doit être ainsi modifiée (en Mécanique non relativiste, valable pour de faibles vitesses) :

$$p_x = mv_x - eA_x, \qquad p_y = mv_y - eA_y, \qquad p_z = \ldots \tag{1}$$

en appelant m la masse de l'électron, e sa charge (négative) et A_x, A_y, ... les composantes du potentiel vecteur. Supposant un champ magnétique H constant, dirigé suivant Oz, le potentiel vecteur s'écrit

$$A_x = \frac{1}{2}\mu_0 Hy, \qquad A_y = -\frac{1}{2}\mu_0 Hx, \qquad A_z = 0 \tag{2}$$

μ_0, perméabilité magnétique du vide. Si maintenant les forces électriques sont centrales, c'est-à-dire si le potentiel électrostatique présente une symétrie cylindrique autour de Oz, on a un théorème de conservation du moment de quantité de mouvement dans le plan xy :

$$J = p_y x - y p_x = \mathrm{C^{te}},$$

ce qui donne ici

$$J = m(xv_y - yv_x) + \frac{1}{2}\mu_0 eHr^2 = \mathrm{C^{te}}. \tag{3}$$

[1] Sur ces théories classiques, on pourra se reporter à L. BRILLOUIN, *L'Atome de Bohr*. Presses Universitaires, Paris, 1931, p. 107, 124 et 134.

Ceci revient à dire que la vitesse angulaire $\dot\theta$ autour de l'axe Oz est complètement définie par la condition

$$J = mr^2\dot\theta + \frac{1}{2}\mu_0 eHr^2 = \mathrm{C^{te}},$$

$$\dot\theta = \omega_H - \frac{C}{r^2}, \qquad \omega_H = -\frac{1}{2}\mu_0\frac{e}{m}H, \qquad (4)$$

où C est une constante, déterminée par les conditions initiales, et ω_H la vitesse de rotation de Larmor, qui réapparaît ici sous une forme rigoureuse. Le résultat (4) sera retrouvé plus loin sur les équations de mouvement; il est bien connu depuis les travaux de Hull, mais il semblait utile d'établir le raccord avec le théorème général (1) sur la définition des moments.

Précisons les ordres de grandeur : si H est mesuré en gauss, tandis que toutes les équations sont écrites en unités E.S.C.G.S., il faut prendre $c = 3.10^{10}$, vitesse de la lumière; d'autre part,

$$-\frac{e}{m} = +5{,}3.10^{17}\ \text{E. S. C. G. S.},$$

puisque e est négatif, donc

$$\omega_H = 0{,}884.10^7 H, \qquad (5)$$

ce qui, pour un champ de 500 gauss, donne une vitesse de rotation de $4{,}42.10^9$.

2. **Magnétron cylindrique, position du problème dans le cas statique.** — Le magnétron sera supposé constitué par un filament de rayon a, entouré d'une anode cylindrique de rayon R, avec un champ magnétique H dirigé exactement suivant le filament (axe Oz); le filament émet des électrons sans vitesse appréciable, et l'on admettra que le champ électrique sur le filament est nul, aussi longtemps que le courant d'anode est inférieur à la saturation; ces hypothèses sont classiques depuis Langmuir. On obtiendra une répartition de charge d'espace cylindrique, et le potentiel V sera seulement fonction de r; les équations du mouvement sont :

$$\left.\begin{aligned} m\ddot x &= -e\frac{\partial V}{\partial x} + \mu_0 e v_y H = -e\frac{\partial V}{\partial r}\frac{x}{r} + \mu_0 e\dot y H \\ m\ddot y &= -e\frac{\partial V}{\partial y} - \mu_0 e v_x H = -e\frac{\partial V}{\partial r}\frac{y}{r} - \mu_0 e\dot x H \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Le cas statique, par lequel nous commençons, est caractérisé par le fait que V ne dépend pas du temps.

En multipliant la première équation par $-y$, la seconde par x, additionnant et intégrant, on retrouve directement l'intégrale du moment de quantité de mouvement (3) et (4).

La constante C de la formule (4) est fixée par le fait que les électrons sont émis sans vitesse sur le filament, de sorte que $\dot\theta$ est nul pour $r = a$,

$$\dot\theta = \omega_H\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right). \qquad (7)$$

D'autre part, la force de Lorentz, due au champ magnétique H, n'effectue aucun travail, puisqu'elle est perpendiculaire à la vitesse; la conservation d'énergie s'écrit donc

$$\frac{1}{2}mv^2 + eV(r) = \frac{1}{2}m(v_r^2 + r^2\dot\theta^2) + eV(r) = \mathrm{C^{te}},$$

et cette nouvelle constante est nulle si nous prenons

$$V(a) = 0 \quad \text{sur le filament}, \qquad (8)$$

d'où la relation

$$v_r^2 + \omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2 + \frac{2e}{m}V(r) = 0. \qquad (9)$$

Les équations de mouvement s'intègrent donc directement par (7) et (9), sans qu'on ait à préciser, jusqu'ici, la répartition du potentiel en fonction de r.

Sur la formule (9) un résultat saute aux yeux : la vitesse de rotation $\dot\theta$ étant imposée par le champ magnétique, l'énergie cinétique, à la distance r, ne peut être inférieure à

$$\frac{m}{2}r^2\dot\theta^2 = \frac{m}{2}\omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2,$$

et si le potentiel $V(r)$ n'est pas suffisant pour donner à l'électron une énergie cinétique supérieure, la vitesse radiale v_r s'annule, le courant est interrompu; cette condition nous donne

$$v_r = 0, \qquad -\frac{2e}{m}V_0(r) = \omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2, \qquad (10)$$

c'est la condition de Hull fixant, à la distance r, *la valeur limite du potentiel* V, pour laquelle le courant d'anode est juste coupé par le champ magnétique. Cette valeur limite $V_0(r)$ est ainsi définie sans qu'on ait eu à préciser la répartition des charges d'espace ni la répartition des potentiels entre cathode et anode.

Ce fait remarquable explique qu'on ait pu, sans tenir compte de la charge d'espace, trouver la valeur correcte du potentiel critique $V_0(r)$.

Reprenons maintenant l'équation de mouvement de l'électron en coordonnées polaires r, θ; pour θ, le résultat simple est acquis en (7); pour r, nous obtenons

$$m\ddot r = -e\frac{\partial V}{\partial r} + \mu_0 eHr\dot\theta + mr\dot\theta^2, \qquad (11)$$

équation où l'on reconnaît la force électrique, la force de Lorentz et la force centrifuge; remplaçons $\mu_0 eH$ par l'expression équivalente $-2m\omega_H$ et nous trouvons

$$\begin{aligned} m\ddot r &= -e\frac{\partial V}{\partial r} - mr\dot\theta(2\omega_H - \dot\theta) \\ &= -e\frac{\partial V}{\partial r} - mr\omega_H^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \\ &= -e\frac{\partial V}{\partial r} - m\omega_H^2\left(r - \frac{a^4}{r^3}\right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial r}\left[+eV + \frac{1}{2}m\omega_H^2\left(r^2 + \frac{a^4}{r^2}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (12)$$

L'accélération radiale $\ddot{r}$ est donc gouvernée par une fonction potentielle globale $P(r)$ apparente :

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{r} &= -e\frac{\partial P}{\partial r}, \\ eP(r) &= eV(r) + \frac{1}{2}m\omega_H^2\left(r^2 - 2a^2 + \frac{a^4}{r^2}\right) \\ &= eV(r) + \frac{1}{2}m\omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Dans la fonction $P(r)$ on a ajouté une constante $-m\omega_H^2 a^2$ pour obtenir $P(a)$ nul sur le filament $r = a$; on fait ainsi apparaître la même fonction que dans la formule (9) de l'énergie; le fait remarquable à souligner est le suivant :

En employant le potentiel apparent $P(r)$ nous pouvons étudier le mouvement radial de l'électron par l'équation (13) en ignorant complètement la rotation $\dot{\theta}$ autour du filament. Tous ces résultats généraux sont valables dans tous les cas, avec ou sans charge spatiale.

3. Charge d'espace en régime statique; potentiel critique. — Pour obtenir la répartition de potentiel en régime statique, il faut faire intervenir la charge d'espace $\rho(r)$ qui sera fonction du rayon r et ne dépendra pas du temps. En tenant compte de la symétrie cylindrique du système, on a

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = -4\pi\rho, \quad (14)$$

$$I = 2\pi r\rho v_r. \quad (15)$$

Le courant I, par unité de longueur du filament, est une constante, indépendante de r; on tire v_r de (9) et l'on obtient

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = -\frac{2I}{v_r} = -\frac{2I}{\sqrt{-\frac{2e}{m}V(r) - \omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2}}. \quad (16)$$

Les conventions sont les suivantes :

$$\left.\begin{aligned} V(a) &= 0 && \text{sur le filament,} \\ \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r=a} &= 0 && \text{pas de saturation.} \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

L'équation (16) non linéaire exige une discussion serrée, qu'il vaut mieux commencer par les cas plus simples où *le courant I est nul*; ceci peut être obtenu de deux façons différentes, d'après (15) :

A. $\rho \neq 0, \quad v_r = 0,$

ce qui donne

$$V_0(r) = -\frac{m}{2e}\omega_H^2 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)^2, \qquad P(r) = 0. \quad (18)$$

L'expression (18) satisfait correctement aux deux conditions limites (17).

B. $\rho = 0, \quad v_r \neq 0,$

on obtient alors

$$V(r) = B\log r + C, \quad (19)$$

ce qui correspond à un potentiel électrostatique pur, sans charge spatiale.

Étudions alors les répartitions de charges et de potentiel dans un magnétron, lorsque le potentiel de l'anode ($r = R$) est peu élevé, de sorte qu'aucun courant ne passe.

Le cas limite correspondant au potentiel maximum possible sur la plaque, avec courant nul, s'obtient en prenant

$$V_0(R) = -\frac{m}{2e}\omega_H^2 R^2\left(1 - \frac{a^2}{R^2}\right), \quad (20)$$

conformément à (18) ou (10); c'est le *potentiel critique.*

La densité ρ n'est pas nulle, mais on a des charges d'espace dans tout l'intervalle entre filament et anode; la formule (14) fournit la valeur

$$\rho_0(r) = \frac{m\omega_H^2}{2\pi e}\left(1 + \frac{a^4}{r^4}\right). \quad (21)$$

La vitesse radiale est partout nulle; les électrons se meuvent sur des trajectoires circulaires, centrées sur le filament; la force de Lorentz et la force centrifuge équilibrent exactement la force électrostatique dans la formule (11); c'est ce que l'on voit aussi très clairement sur (13) puisque la répartition (20), (21) annule complètement $P(r)$.

Que se passe-t-il si le potentiel d'anode est inférieur à $V_0(R)$? Pour un potentiel $V(R)$ inférieur au potentiel critique, on obtient la répartition de charges (21) depuis le filament ($r = a$) jusqu'à un certain cylindre $r = b$; cette répartition de charge s'arrête là brusquement et la continuation se fait par un potentiel logarithmique du type (19); sur le cylindre b on devra écrire la continuité du potentiel et du champ, ce qui déterminera les deux constantes B, C par les conditions

$$\left.\begin{aligned} -\frac{m}{2e}\omega_H^2 b^2\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^2 &= B\log b + C, \\ -\frac{m}{e}\omega_H^2\left(b - \frac{a^4}{b^3}\right) &= \frac{B}{b}. \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Lorsque le potentiel $V(R)$ de l'anode est progressivement abaissé, la charge spatiale se rétrécit, dans un cylindre b de plus en plus petit autour du filament; et lorsque $V(R)$ s'annule, la charge spatiale disparaît.

On peut expliquer ces résultats un peu autrement : supposons un magnétron avec une anode de rayon b, entourée par une seconde électrode cylindrique de rayon R. Avec la répartition ci-dessus, aucun courant ne passe sur l'anode b, et le champ électrostatique d'un potentiel cylindrique règne entre b et R; l'anode b ne porte non plus aucune charge, par suite

de l'égalité des champs (22); on peut donc supprimer l'anode b intermédiaire et le champ se maintient.

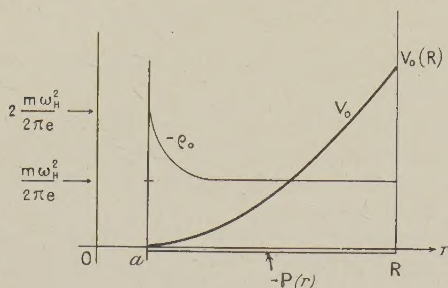


Fig. 1.

La figure 1 représente le cas du potentiel critique $V_0(R)$; on y a représenté la répartition de $\rho_0(r)$, $V_0(r)$ et $P(r)$.

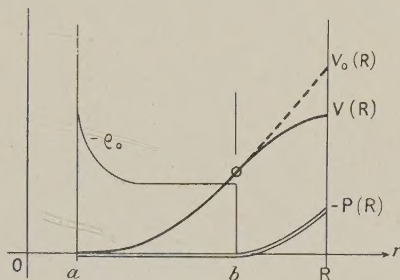


Fig. 2.

Les figures 2 et 3 montrent la répartition des potentiels $V(r)$ pour divers potentiels d'anode inférieurs au potentiel critique.

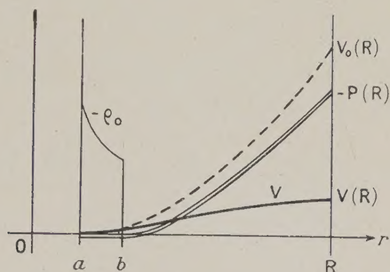


Fig. 3.

L'énergie potentielle apparente d'un électron est $eP(r)$ donc $-\varepsilon P(r)$ en appelant ε la valeur absolue de la charge d'un électron; or

$$-P(r) = V_0(r) - V(r), \tag{23}$$

d'après (13) et (18); l'allure de cette fonction est donc aisée à décrire, et elle est importante à connaître puisque cette énergie apparente P régit les mouvements radiaux des électrons.

Dans le régime critique (*fig.* 1), P est identiquement nul. Les électrons du nuage qui forme la charge spatiale n'ont pas de vitesse radiale, mais si nous lançons dans l'intervalle filament cathode quelques électrons, depuis la cathode, avec une petite vitesse radiale v_r, ces électrons traverseront tout l'intervalle jusqu'à l'anode en gardant constante leur vitesse radiale v_r, sans rencontrer aucun obstacle.

Le magnétron, réglé au régime critique, est un système à résistance interne nulle; c'est bien ce que nous confirmera, par la suite, l'étude des régimes à courant non nul.

Lorsque le magnétron est au-dessous de son régime critique (*fig.* 2 ou 3), le potentiel apparent $-P$ se relève entre b et R, devant l'anode; si nous lançons quelques électrons depuis la cathode, avec une faible vitesse radiale, ils iront sans obstacle jusqu'en b, en gardant leur vitesse constante; mais là ils rencontrent une montagne de potentiel infranchissable, et sont réfléchis jusqu'à la cathode; ils reviennent ainsi de b en a avec la vitesse $-v_r$.

Tels sont les caractères généraux du problème, tel qu'il a été simplifié dans son énoncé au paragraphe 2.

La répartition critique de la figure 1 semble bien être celle que Hull a décrite en une courte Note (*Phys. Rev.*, 1924, **23**, p. 112).

4. Régime de courant continu, sans saturation. — L'équation fondamentale (16) vient d'être discutée pour les divers cas où le courant est nul; il faut maintenant rechercher les régimes où passe un courant continu; nous transcrirons l'équation (16) en prenant pour fonction inconnue le potentiel apparent $P(r)$ défini en (13), (23) au lieu du potentiel électrostatique $V(r)$.

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial r}\, r\, \frac{\partial}{\partial r}\,[P(r) + V_0(r)] = -I\sqrt{-\frac{2m}{e}}\,\frac{1}{\sqrt{P}}$$

ce qui se transcrit, en remplaçant $V_0(r)$ par sa valeur (18),

$$\sqrt{P}\left[-\frac{2m\omega_H^2}{e}\left(r + \frac{a^4}{r^3}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)\right] = -I\sqrt{-\frac{2m}{e}}. \tag{24}$$

Cette équation est rigoureuse; il faut en rechercher une solution $P(r)$ telle que les conditions (17) soient satisfaites sur le filament, ce qui donne

$$P(a) = 0, \qquad \left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=a} = 0 \quad \text{sur le filament.} \tag{25}$$

La solution de (24) ne peut être formée qu'approximativement, et deux régions distinctes sont à considérer comme cas limites :

1° *Au voisinage du filament.* — Le second membre reste constant, et sur le filament P est nul, donc la parenthèse doit être infinie, ce qui exige $\frac{\partial^2 P}{\partial r^2}$ infini.

Nous chercherons une solution du type

$$P = A(r-a)^n, \qquad (26)$$

ce qui donne

$$A^{\frac{1}{2}}(r-a)^{\frac{n}{2}}\left[-\frac{2m\omega_H^2}{e}2a + nA(r-a)^{n-1} + aAn(n-1)(r-a)^{n-2}\right] = -I\sqrt{-\frac{2m}{e}}.$$

En prenant $n = \frac{4}{3}$, les deux premiers termes sont nuls, compte tenu du facteur $(r-a)^{\frac{n}{2}}$; le dernier terme reste fini, et l'on trouve

$$P(r) = \frac{1}{2}\left[\frac{9I}{a}(r-a)^2\right]^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{m}{e}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (r-a \ll 1). \qquad (27)$$

Cette solution n'est valable qu'au voisinage immédiat de la cathode, tant que $(r-a)$ reste très petit. Si l'on s'éloigne de la cathode il faut d'abord tenir compte du fait que $\frac{\partial P}{\partial r}$ n'est plus nul, puis ensuite s'occuper du terme magnétique en ω_H. Voyons d'abord ce qui se passe à faible distance du filament, là où le terme magnétique reste encore très petit; nous retombons sur le problème d'une diode usuelle.

La diode sans champ magnétique a été discutée par Langmuir (*Phys. Rev.*, 1913, **2**, p. 458). Les potentiels V et P sont alors identiques et l'équation (24) se réduit à

$$\sqrt{P}\,\frac{\partial}{\partial r}\, r\,\frac{\partial P}{\partial r} = -I\sqrt{-\frac{2m}{e}}. \qquad (28)$$

Pour $r \gg a$, loin du filament, on trouve une solution en $r^{\frac{2}{3}}$ et la solution complète peut être écrite ainsi :

$$P_L = \frac{1}{2}(9I\beta^2 r)^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{m}{e}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (29)$$

où β est une fonction de $\frac{r}{a}$ calculée par Langmuir :

(30)

$\frac{r}{a}$	1	1,25	1,5	1,75	2
β^2	0	0,045	0,116	0,2	0,275

2,5	3	4	5	6	7
0,405	0,512	0,665	0,755	0,818	0,867

8	9	10	15	∞
0,902	0,925	0,94	0,978	1

La formule (29) présente même structure que la précédente formule (27) et la correspondance s'établit ainsi : au voisinage du filament, on obtient le potentiel P en remplaçant $\beta^2 r$ par $\frac{(r-a)^2}{a}$.

$$\beta^2 \approx \frac{\left(\frac{r}{a}-1\right)^2}{\frac{r}{a}} \qquad (r \text{ voisin de } a). \qquad (31)$$

La comparaison avec le tableau (30) montre que cette approximation n'est guère valable que jusqu'à $r = 1{,}25\,a$, donc au voisinage immédiat du filament.

Cette indication nous montre la limite de validité de l'expression (27), qu'il faudra remplacer par la formule de Langmuir (29) toutes les fois qu'il ne s'agira plus de voisinage direct de la cathode.

La figure 4 indique l'allure des diverses courbes.

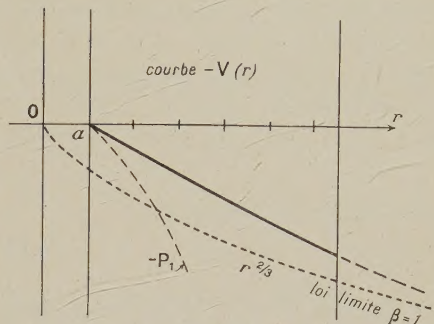


Fig. 4.

Une solution approximative peut être écrite sous la forme suivante :

$$P = \frac{1}{2}\left(-\frac{m}{e}\right)^{\frac{1}{3}}(9I)^{\frac{2}{3}}\frac{(r-a)^{\frac{4}{3}}}{r^{\frac{2}{3}}}$$

et donne des résultats corrects pour r très petit ou très grand, avec une erreur de l'ordre de 20 pour 100 au voisinage de $r = 5\,a$.

2° *Région. Loin du filament.* — A grande distance du filament, la formule de Langmuir donne des valeurs faibles pour le terme en $\frac{\partial}{\partial r}\, r\,\frac{\partial P}{\partial r}$; au contraire, le terme magnétique en ω_H dans la parenthèse de (24), augmente indéfiniment. Il viendra donc un moment où ce premier terme deviendra prépondérant. A la limite, nous négligerons le second terme pour ne garder que le premier et nous trouverons une solution asymptotique P_ω, valable à grande distance :

$$P_\omega(r) = -I^2\frac{e}{2m\omega_H^4}\left(r+\frac{a^4}{r^3}\right)^{-2} \qquad (r \gg a). \qquad (32)$$

Il va maintenant falloir discuter le raccord entre ces deux cas extrêmes, en cherchant à prévoir pour quelles valeurs de r il se produit et à quelle forme de fonction $P(r)$ il conduit.

Dans la comparaison des formules, on verra paraître une expression $-\frac{eI}{m\omega_H^3}$ homogène au carré d'une certaine longueur L; voici une indication de l'ordre de grandeur

$$\frac{e}{m} = 5{,}3 \cdot 10^{17} \quad \text{E.S.C.G.S.}$$

$$I = 3 \cdot 10^6 J,$$

J, mesuré en milliampères; I, mesuré en unités E.S.C.G.S.

Comptons ω_H d'après (5) et H en gauss, nous obtenons

$$L^2 = -\frac{eI}{m\omega_H^3} = 2,3.10^3 \frac{J}{H^3}. \tag{33}$$

Le rôle très important que joue la longueur L est à discuter maintenant. Tout d'abord, la condition $r > L$ est nécessaire pour que l'approximation (32) soit justifiée; en effet, cette approximation exige

$$\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P_\omega}{\partial r} \ll -\frac{2m}{e} \omega_H^2 \left(r + \frac{a^4}{r^3}\right),$$

$$\frac{I^2 e}{m\omega_H^4} \left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)^{-3} \left(1 + 9\frac{a^4}{r^4}\right) \ll -\frac{2m}{e} \omega_H^2 \left(r + \frac{a^4}{r^3}\right).$$

Négligeons a, ceci se réduit à

$$r^2 \gg L^2.$$

Pour les champs faibles, perturbant à peine la diode, la longueur L est bien supérieure aux dimensions de la lampe, mais quand le champ augmente, la longueur L diminue beaucoup, devient de l'ordre de grandeur des dimensions intérieures de la lampe et peut même tomber à des valeurs très faibles; pour quelques centaines de gauss, L devient de l'ordre du centième de millimètre.

Or, la longueur L donne l'ordre de grandeur de la distance à laquelle s'établit le passage de la solution P_L de Langmuir (toujours valable au voisinage immédiat du filament) à la solution P_ω valable à grande distance.

Prenons, comme criterium de la distance de raccord, la condition

$$P_L(r) = P_\omega(r),$$

ce qui donne

$$\frac{1}{2}(9I\beta^2 r)^{\frac{2}{3}} \left(-\frac{m}{e}\right)^{\frac{1}{3}} = -I^2 \frac{e}{2m\omega_H^4} \left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)^{-2}, \tag{34}$$

d'où

$$9\beta^2 r \left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)^3 = L^4. \tag{35}$$

Si la longueur L est inférieure au diamètre du filament, cela nous donne approximativement

$$9\beta^2 r (2a)^3 = L^4,$$

et si L est nettement supérieur à a, la formule (35) se réduit à

$$9r^4 = L^4, \qquad r = L\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

La courbe représentant le potentiel apparent $P(r)$ nous est donc connue par les expressions P_L (pour $r \ll L$) et P_ω (pour $r \gg L$), de sorte que le tracé peut être fait au moins approximativement.

La figure 5 représente quelques courbes, pour diverses valeurs de L entre la cathode ($r = a$) et l'anode ($r = R$).

Si le rayon d'anode R est franchement supérieur à la longueur L, la formule $P_\omega(R)$ de (32) donne le voltage de l'anode, compté à partir du voltage critique $V_0(R)$; si, au contraire, la longueur L est

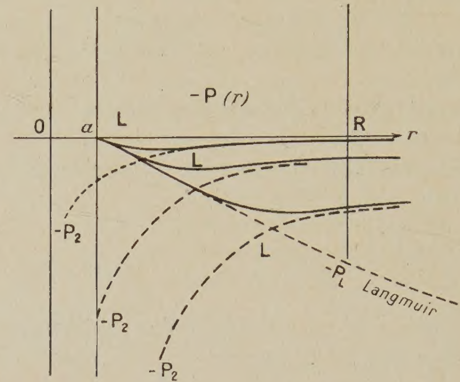


Fig. 5.

très grande, le champ magnétique étant faible, on retombe sur la courbe P_L de Langmuir; la figure 6 montre ainsi l'aspect de la caractéristique du magnétron; au voisinage du point critique, la résistance $\frac{\partial V}{\partial I}$ est nulle (équation § 3).

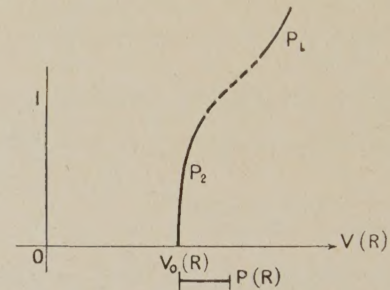


Fig. 6.

Revenant aux courbes de la figure 5, on y remarque que les électrons, en quittant le filament ($r = a$), tombent d'abord dans une région de Langmuir, puis vers $r = L$, passent dans un trou de potentiel apparent, et remontent ensuite, en s'approchant de l'anode, vers des énergies potentielles plus élevées, peu inférieures à celle de la cathode. L'expression $-P(r)$ représente, au facteur $\varepsilon = |e$ près, l'énergie potentielle apparente des électrons, celle qui régit leurs mouvements radiaux (13). La vitesse de rotation autour du filament est fixée par (7). Les courbes de $-P(r)$ nous montrent donc que les électrons sont accélérés (de a à L), puis retardés (de L à R); la charge d'espace est ainsi augmentée dans la seconde région; auprès du filament, c'est la charge d'espace de Langmuir, et à grande distance,

la charge d'espace constante de (21) à peu de chose près.

$$r \gg L, \qquad \rho = \frac{m\omega_H^2}{2\pi e}. \tag{36}$$

Une étude plus poussée nécessite le calcul du raccord des courbes dans la région L.

Les trajectoires des électrons partent radialement du filament, puis s'incurvent peu à peu dans la région $r < L$; enfin elles s'enroulent autour du filament pour $r > L$, comme le montre la figure 7.

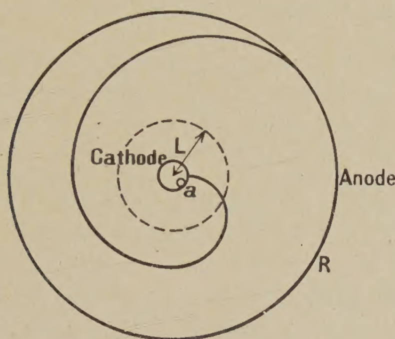


Fig. 7.

Ceci peut se justifier aisément par les remarques suivantes : soient v_r et v_θ les composantes de la vitesse suivant le rayon et suivant la normale au rayon; les équations (7) et (15) donnent

$$I = 2\pi r \rho v_r,$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = r\omega_H\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right).$$

Nous pourrions calculer le rapport de v_r à v_θ; remplaçons-le par

$$\frac{\rho v_r}{\rho_0 v_\theta} = \frac{I}{2\pi r^2 \rho_0 \omega_H \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)}$$
$$= \frac{eI}{m\omega_H^3 r^2\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\left(1 + \frac{a^4}{r^4}\right)} = \frac{L^2}{(r^2 - a^2)\left(1 + \frac{a^4}{r^4}\right)}$$

$\rho(r)$ est la densité de charge au point r et $\rho_0(r)$ la densité de charge régie par la loi valable dans la région $r < L$. Négligeons le rayon a de la cathode, nous voyons qu'en première approximation le rapport $\frac{\rho v_r}{\rho_0 v_\theta}$ est égal à 1 pour $r = L$, ce qui prouve que v_r et v_θ sont du même ordre de grandeur à la distance L du filament.

5. **Étude de la région de transition** $r \approx L$. — La région intermédiaire peut être étudiée soit en partant de la solution de Langmuir P_L, soit en commençant avec la solution magnétique P_ω. De toutes façons, on développera une série d'approximations.

Partons de la distribution P_L de Langmuir, valable pour ω_H nul; nous développerons la solution sous la forme

$$P = P_L + \alpha P_1 + \alpha^2 P_2 + \ldots, \qquad \alpha = -\frac{2m}{e}\omega_H^2, \tag{37}$$

le paramètre α sera supposé petit; portons ce développement dans (24) et nous obtenons une série d'équations successives en développant le radical $\sqrt{P}$ suivant les règles usuelles, et supposant $r \gg a$:

termes indépendants de α :

$$\sqrt{P_L}\,\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_L = -I\sqrt{-\frac{2m}{e}},$$

termes en α :

$$\sqrt{P_L}\left[\frac{P_1}{2P_L}\left(\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_L\right) + r + \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_1\right] = 0, \tag{38}$$

termes en α^2 :

$$\sqrt{P_L}\left\{\left[\frac{1}{2}\frac{P_2}{P_L} - \frac{1}{8}\left(\frac{P_1}{P_L}\right)^2\right]\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_L + \frac{P_1}{2P_L}\left(r + \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_1\right) + \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_2\right\} = 0.$$

Aux divers ordres, nous avons toujours à résoudre des équations différentielles linéaires, avec second membre, du type général

$$\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_k - \frac{2}{9r} P_k = F_k(r), \tag{39}$$

où $F_k(r)$ est une fonction connue par les précédentes approximations; l'expression (39) repose sur le fait que le coefficient de P_k est toujours

$$\frac{1}{2} P_L^{-1} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_L,$$

ce qui donne $\frac{2}{9r}$ lorsque r est supérieur à $10\,a$, de telle sorte qu'on puisse poser $\beta = 1$ dans l'expression de Langmuir (29). Les seconds membres F_k ont les valeurs suivantes :

$$F_1 = -r$$

$$F_2 = -\frac{1}{8}\left(\frac{P_1}{P_L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_L + \frac{P_1}{2P_L}\left(r + \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_1\right)$$
$$= \frac{P_1}{2P_L}\left(P_1\frac{1}{9r} + r + \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_1\right)$$
$$= \frac{1}{6r}\frac{P_1^2}{P_L}, \tag{40}$$

la dernière transformation sur F_2 s'obtient en tenant directement compte de l'équation (39) en P_1.

Les équations (39) admettent, d'une manière générale, des solutions sans deuxième membre :

$$P_k = r^{\pm\frac{\sqrt{2}}{3}},$$

de sorte que la solution générale sans second membre est

$$P_{k_0} = A_k r^{\frac{\sqrt{2}}{3}} + B_k r^{-\frac{\sqrt{2}}{3}} \tag{41}$$

avec deux constantes arbitraires; à cela il faut ajouter une solution particulière P_{k_1} de l'équation avec second membre, et ajuster le tout, de façon à satisfaire aux conditions imposées à la limite : P et $\frac{\partial P}{\partial r}$ nuls sur le filament $r = a$.

En fait, nous trouverons directement des solutions particulières P_{k_1} de l'équation avec second membre, de la forme r^n $(n < 1)$ satisfaisant aux conditions imposées; nous n'aurons donc pas à faire intervenir les solutions sans deuxième membre (41).

Pour la première approximation, l'équation (39) devient

$$\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_1 - \frac{2}{9r} P_1 = -r. \tag{42}$$

Solution particulière :

$$P_1 = -\frac{9}{34} r^2.$$

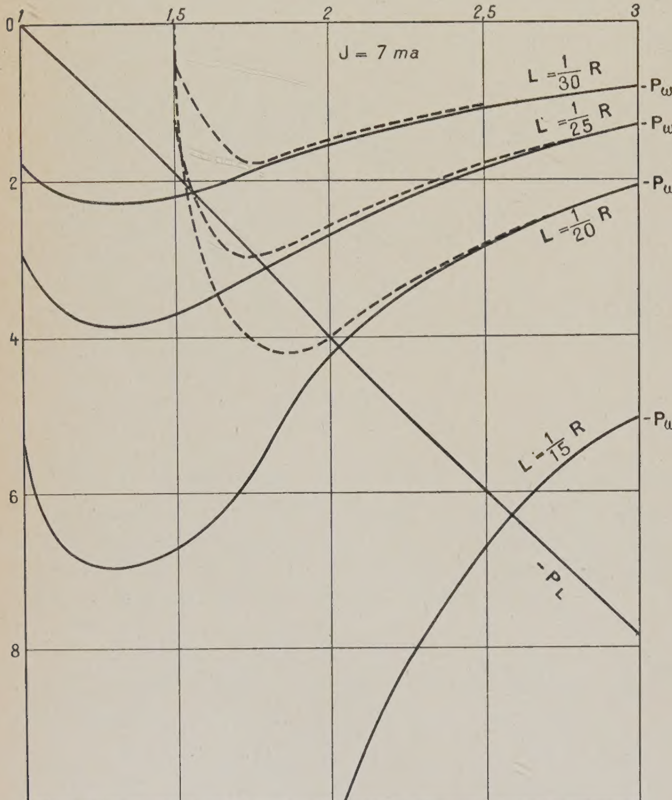


Fig. 8.

Pour la deuxième approximation :

$$\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} P_2 - \frac{2}{9r} P_2 = \frac{1}{6r} \frac{P_1^2}{P_L} = \frac{27}{34^2} \left(-\frac{e}{m}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{r^{\frac{7}{3}}}{(9I)^{\frac{2}{3}}}, \tag{43}$$

ce qui se résout avec une fonction

$$P_2 = K r^{\frac{10}{3}}. \tag{44}$$

On continuerait de proche en proche. Les termes en $\alpha P_1 + \alpha^2 P_2 \ldots$ de la formule (37) donneront le départ progressif de la courbe réelle P depuis l'approximation de Langmuir, pour les valeurs de r comprises entre a et L.

La seconde série d'approximations se placera dans la région $r > L$ et partira de la solution magnétique P_ω (32). Elle se présentera sous forme d'un développement en puissances de $\frac{1}{\alpha}$:

$$\left.\begin{aligned} P_\omega &= +\left(\frac{I}{\omega_H}\right)^2 \frac{1}{\alpha r^2}, \qquad r \gg a, \qquad \alpha = -\frac{2m}{e}\,\omega_H^2 \\ P &= P_\omega + \frac{1}{\alpha^2} Q_2 + \frac{1}{\alpha^3} Q_3 + \ldots \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Portant cette expression dans l'équation (24) et développant en puissance de α, on trouve

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{I}{\omega_H r} \left\{ 1 - \frac{Q_2}{2\alpha}\left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^2 \right. \\ &\qquad \left. + \frac{1}{2\alpha^2}\left[-Q_3\left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^2 + \frac{1}{4} Q_2^2 \left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^4\right] \cdots \right\} \\ &\quad \times \left\{ -\alpha r + \frac{4}{\alpha r}\left(\frac{I}{\omega_H r}\right)^2 + \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q_2}{\partial r} + \frac{1}{\alpha^3} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q_3}{\partial r} \cdots \right\} \\ &\qquad = -I\sqrt{-\frac{2}{e}}, \end{aligned}$$

ce qui se regroupe ainsi :

$$\begin{aligned} &\left\{ 1 - \frac{Q_2}{2\alpha}\left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^2 \right. \\ &\qquad \left. + \frac{1}{2\alpha^2}\left[-Q_3\left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^2 + \frac{1}{4} Q_2^2 \left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^4\right] \right\} \\ &\times \left\{ 1 - \frac{4}{\alpha^2 r^2}\left(\frac{I}{\omega_H r}\right)^2 - \frac{1}{\alpha^3 r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q_2}{\partial r} - \frac{1}{\alpha^4 r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q_3}{\partial r} \right\} = 1. \end{aligned} \tag{46}$$

Séparons alors les termes en $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\alpha^2}$, $\cdots$ successifs et nous obtenons

termes en $\frac{1}{\alpha}$:

$$Q_2 = 0,$$

termes en $\frac{1}{\alpha^2}$:

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_H r}{I}\right)^2 Q_3 - \frac{4}{r^2}\left(\frac{I}{\omega_H r}\right)^2 = 0,$$

$$Q_3 = -\frac{8}{r^6}\left(\frac{I}{\omega_H}\right)^4; \tag{47}$$

et l'on continuerait de proche en proche, la solution Q_3 tend vers zéro lorsque r augmente indéfiniment, ce qui assure bien la valeur limite P_ω de P à grande distance d'après la formule (45).

Pour se rendre compte de la valeur pratique de ces développements il faudrait tracer les courbes sur divers exemples numériques correspondant à

des types de magnétrons réellement construits.

Un essai de calcul a été fait sur les bases suivantes :

Cathode, rayon .... $a = 0{,}005$ cm
Anode, – .... $R = 0{,}1$ cm
Courant................ $J = 7$ mA

Les courbes sont celles de la figure 8. En abscisses, on a porté les rapports $\frac{r}{a}$ du rayon r au rayon de cathode a; ces valeurs vont de 1 à 3, et se rapportent donc au voisinage du filament; le rapport $\frac{R}{a}$ pour l'anode est égal à 20. En ordonnées, on trouve les potentiels $-P$, tout comme sur les figures 4 et 5. La courbe de Langmuir P_r donne la distribution de potentiel auprès du filament, tandis que la courbe magnétique P_ω est valable à grande distance. Les courbes P_ω ont été tracées pour diverses valeurs de L, correspondant à différents champs magnétiques. Les corrections $\alpha P_1 + \alpha^2 P_2$ sur P_r, d'après (37), ont été trouvées négligeables; d'un autre côté, la correction Q_2 sur P_ω (45) doit être prise en considération et donne les courbes pointillées de la figure 8. Les termes ultérieurs en Q_3, Q_4 seraient nécessaires pour le tracé continu du raccord des branches P_r et P_ω.

6. **Conclusions et résumé**. — L'étude du magnétron, dans son régime statique, a été poussée de manière à tenir compte rigoureusement du rôle de la charge d'espace, ce qui n'avait pas été fait jusqu'à présent d'une manière correcte.

La vitesse de rotation des électrons autour du filament est imposée par le champ magnétique (7), d'où il résulte qu'on peut définir un potentiel apparent $P(r)$ qui régit les mouvements radiaux des électrons (13); ce potentiel $P(r)$, à la distance (r), est égal au potentiel réel $V(r)$ diminué du potentiel critique $V_0(r)$ qui empêcherait juste les électrons d'atteindre une anode placée en r (23). Le potentiel apparent $P(r)$ peut être étudié méthodiquement; au voisinage du filament, il se rapproche de la forme de Langmuir [(29), diode sans champ magnétique]; vers une distance :

$$r = L = \sqrt{-\frac{eI}{m\omega_H^2}}, \qquad (33)$$

le potentiel P quitte la courbe de Langmuir puis se raccorde ensuite avec une fonction $P_\omega(r)$ typique du magnétron. Pour certains régimes, on trouve, dans la région de raccord ($r = L$), un maximum de potentiel, de sorte que l'énergie potentielle $eP = -|e|P$ des électrons y serait minimum. La disposition du potentiel apparent P dans un magnétron sous ces régimes, devient ainsi analogue à celle qu'on établit dans une lampe de Barkhausen, avec une grille fortement positive et un potentiel d'anode peu élevé. On peut donc prévoir que des oscillations pourront, dans cette zone de réglage, être entretenues par le magnétron.

L'étude de ces oscillations est à faire, et exige une analyse très serrée; il sera probablement nécessaire d'étudier aussi le magnétron fonctionnant à saturation, ce qui n'a pas été fait dans cette étude; on pressent que le maximum de potentiel apparent P sera facilité par un régime de saturation. Un calcul des oscillations du magnétron a été récemment donné par J. P. Blewett et S. Rams [*Phys. Rev.*, t. 57, 1940, p. 635]; la méthode employée par ces auteurs devrait se raccorder sans peine avec la présente étude.

Travail exposé en diverses conférences aux États-Unis en avril 1939.

Manuscrit reçu le 19 mars 1940.

LE FERROMAGNÉTISME ET L'ÉTAT MÉTALLIQUE

Par Louis NÉEL.

Conférence faite devant la Société française de Physique, le 15 avril 1939, à 17 h.

Sommaire. — On se propose, dans cette conférence, d'exposer quelques-uns des résultats des recherches entreprises à Strasbourg depuis dix ans sur le moment magnétique et le champ moléculaire des métaux. Il s'agit, avant tout, d'une vue d'ensemble et un certain nombre de points délicats seront intentionnellement laissés de côté.

Structure électronique et moment magnétique atomique. — Parmi les métaux, un certain nombre possèdent des propriétés magnétiques spécialement intéressantes : ce sont ceux qui, dans la classification périodique, ont reçu le nom d'éléments de transition. Je m'attacherai plus particulièrement à la première série de transition et dans celle-ci aux éléments qui la terminent : chrome, manganèse, fer, cobalt et nickel.

En commençant par les couches les plus profondes, la structure électronique de ces éléments est la suivante : des couches complètes semblables à celles du néon et faiblement diamagnétiques, puis un étage incomplet $3\,d$ situé à l'intérieur d'un autre étage également incomplet, l'étage $4\,s$. L'étage $3\,d$ étant incomplet possède un moment cinétique résultant et corrélativement un *moment magnétique*. Cet étage, relativement profond, est assez bien protégé contre les actions extérieures; il joue, dans les propriété chimiques, un rôle moins important que l'étage $4\,s$. Dans les sels, comme $NiCl^2$, les électrons $4\,s$, électrons de valence, sont partis tandis que l'étage $3\,d$ est resté incomplet. Ce sel est paramagnétique et l'aimantation I, fonction de la température T et du champ magnétique H, suit approximativement la loi de Curie

$$\mathcal{I} = \frac{C_0 H}{T}; \tag{1}$$

le champ aligne les moments atomiques, mais cette action directrice est contre-balancée par l'agitation thermique. C_0 est une constante — constante de Curie — liée au moment atomique, dans les sels en question, par des formules compliquées. D'une part, en effet, le moment atomique est la résultante d'un moment orbital dû à la circulation des électrons et d'un moment de spin propre à l'électron; d'autre part, les champs électriques intracristallins perturbent très inégalement ces deux catégories de moments [1].

Moments atomiques dans les métaux. — Les effets gyromagnétiques montrent [2] que le moment des ferromagnétiques est principalement un moment de spin, mais le problème n'en reste pas moins compliqué, car le moment magnétique atomique dépend à la fois du partage numérique des électrons entre les étages $3\,d$ et $4\,s$, et de la structure interne de la couche $3\,d$ pour un nombre total donné d'électrons. Les résultats spectroscopiques indiquent que l'*atome libre* de nickel, dans l'état le plus stable, possède 8 électrons dans l'étage $3\,d$ et 2 électrons dans l'étage $4\,s$, ce qu'on exprime par la notation abrégée $3\,d^8\,4\,s^2$. Mais, il convient de noter que d'autres configurations fort différentes, telles que $3\,d^9\,4\,s$ ou $3\,d^{10}$ — dans cette dernière, il n'y a plus d'électrons $4\,s$ — possèdent des énergies qui ne diffèrent que de moins d'un électron-volt de l'énergie de l'état fondamental.

Cette remarque tire son importance de ce qu'à l'état métallique, les énergies de liaison sont supérieures à un électron-volt, comme on peut s'en rendre compte d'après les données numériques sur les chaleurs de sublimation ou de vaporisation. On conçoit alors facilement que le passage des atomes libres à l'état métallique perturbe profondément la répartition numérique des électrons entre les étages $3d$ et $4\,s$: on imagine même assez bien que l'équilibre soit dynamique, que les atomes d'un métal ne soient pas tous simultanément dans le même état et que le nombre moyen, par atome, des électrons $4\,s$ soit fractionnaire. Ce problème difficile n'a pas reçu, jusqu'ici, de solutions satisfaisantes et je ne m'en occuperai pas davantage. Je supposerai simplement que le moment magnétique atomique d'un corps donné conserve une valeur invariable, indépendante de la température et de l'aimantation.

Propriétés magnétiques des éléments de transition. — Si tout se passait comme dans les sels, les propriétés magnétiques des métaux en question devraient être données, en gros, par la loi de Curie donnée en [1], mais il n'en est pas du tout ainsi et il faut, à cet égard, partager les éléments de transition en deux groupes [3] : le premier groupe est celui des métaux ferromagnétiques, fer, cobalt et nickel, pour lesquels un champ magnétique extérieur faible suffit, malgré l'agitation thermique, à aligner parallèlement les moments atomiques élémentaires. Le deuxième groupe comprend le manganèse et le chrome qui possèdent un paramagnétisme faible caractérisé par une aimantation proportionnelle au champ magnétique et indépendante de la température. Tous ces phénomènes doivent être attribués aux interactions entre les moments magnétiques élémentaires.

Premier groupe : Ferromagnétiques.

Si les interactions entre atomes voisins tendent à aligner parallèlement les moments magnétiques, il se forme, d'après Weiss, des agrégats, des blocs d'atomes à moments parallèles qu'il a appelés des domaines élémentaires. Barkhausen le premier, et depuis beaucoup d'autres, ont mis en évidence expérimentalement l'existence de tels domaines. Le champ magnétique extérieur a simplement pour rôle d'aligner parallèlement l'aimantation des différents domaines.

M. Weiss a montré que les interactions étaient équivalentes à un champ magnétique fictif, le champ moléculaire, superposé au champ extérieur et proportionnel à l'aimantation I

$$H_m = n\mathcal{I}; \qquad (2)$$

n est appelé le coefficient du champ moléculaire.

Ainsi, un ferromagnétique n'est qu'un paramagnétique dont l'aimantation est donnée par la loi [1], dans lequel règne un champ moléculaire donné par [2]. L'analyse montre qu'au-dessous d'une température donnée par $\Theta = nC_0$, le corps s'aimante spontanément dans un champ extérieur nul; il est ferromagnétique, Θ est le point de Curie. Aux températures supérieures à Θ, le corps devient simplement paramagnétique avec [4]

$$\mathcal{I} = \frac{C_0 H}{T - \Theta}. \qquad (3)$$

Différentes questions se posent maintenant que nous allons examiner.

Origine du champ moléculaire. — Après plusieurs tentatives infructueuses d'explication, on s'accorde maintenant, après Heisenberg, pour attribuer le champ moléculaire à des actions d'échange entre électrons [5] : ce sont d'ailleurs des actions électrostatiques auxquelles le principe d'exclusion de Pauli donne un caractère magnétique. Malheureusement, avec les moyens actuels de calcul, il est impossible d'obtenir une valeur approchée de n, ni même son signe. Ce sera donc une donnée purement expérimentale.

Légitimité de l'hypothèse du champ moléculaire. — Est-il correct de supposer que les interactions magnétiques sont simplement équivalentes à un champ moléculaire ? Remarquons d'abord que cette hypothèse n'est pas indispensable et qu'il est possible, notamment dans le cas d'une chaîne linéaire, de pousser jusqu'au bout les calculs sans introduire nulle part la notion de champ moléculaire. Mais il est exceptionnel que l'on puisse développer les calculs sans approximations et, en général, il faut simplifier et schématiser : c'est l'hypothèse du champ moléculaire qui conduit aux calculs les plus simples. Il se trouve également et fort heureusement qu'elle donne des résultats au moins aussi bons que les autres méthodes; de plus, c'est une expression commode et qui fait image.

En fait, on rend compte de la sorte des principaux faits expérimentaux : cependant, de minimes désaccords obligent à retoucher cette hypothèse trop schématique.

Les deux points de Curie. — Dans la théorie de Weiss, l'aimantation spontanée σ disparaît (*fig.* 1, courbe en traits pleins) en Θ_p, au point où la droite

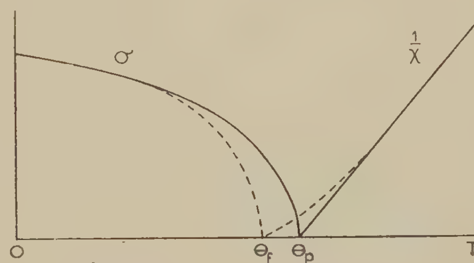


Fig. 1. — Les courbes en trait plein représentent schématiquement la variation thermique de l'aimantation spontanée et de l'inverse de la susceptibilité dans l'hypothèse du champ moléculaire simple. Les courbes en tirets montrent les perturbations apportées par les fluctuations.

représentative des inverses des susceptibilités coupe l'axe des températures. En réalité, une courbure apparaît au voisinage de Θ_p, de sorte que la température réelle Θ_f de disparition de l'aimantation spontanée est inférieure à la température correspondant au point où la droite représentative extrapolée coupe l'axe des températures : on distingue ainsi le point de Curie paramagnétique Θ_p du point de Curie ferromagnétique Θ_f. La différence entre les deux est de 20° pour le nickel, de 45° pour le fer.

J'ai pu [6], tout en conservant l'hypothèse du champ moléculaire, interpréter ces phénomènes en introduisant la notion de *fluctuations* du champ moléculaire. En effet, comme le champ moléculaire traduit des actions à très courte distance, les ondes d'agitation thermique provoquent des variations locales du champ moléculaire autour d'une valeur moyenne. Les calculs sont très pénibles : on ne peut préciser que sur des modèles très schématiques, ce qui ne change rien naturellement quant à la portée des résultats.

J'ai calculé [7], par exemple, l'influence des fluctuations sur la susceptibilité du nickel au-dessus du point de Curie (*fig.* 2). On voit que l'accord des valeurs calculées avec les valeurs expérimentales est excellent. Il est vrai qu'on disposait d'un paramètre de fluctuation qui a été choisi au mieux. Mais, la valeur de ce paramètre ainsi déterminée a été

conservée dans les comparaisons suivantes qui prennent ainsi toute leur valeur.

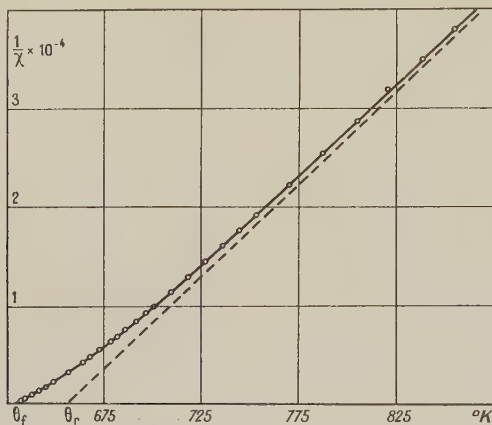


Fig. 2. — Inverse de la susceptibilité du nickel en fonction de la température. En traits pleins, la courbe calculée avec fluctuations, comparée aux valeurs observées indiquées par des cercles. La droite en tirets correspond au cas théorique sans fluctuations.

Aimantation spontanée au-dessus du point de Curie. — Les valeurs calculées [7] — aimantation spontanée au carré — ont été portées en trait plein sur la figure 3. Les valeurs expérimentales sont représentées par des cercles. L'accord réalisé est bien meilleur que celui que l'on obtiendrait avec l'hypothèse d'un champ moléculaire sans fluctuations. Les valeurs correspondantes ont été représentées en tirets sur la figure pour faciliter la comparaison.

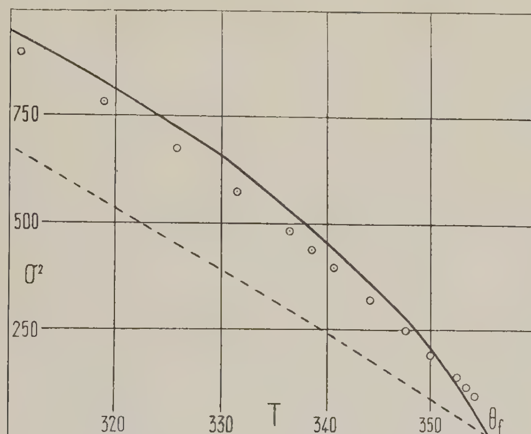


Fig. 3. — Aimantation spontanée du nickel dans la théorie classique sans fluctuations : courbe en tirets; avec les fluctuations : courbe en trait plein. Les données expérimentales (Weiss et Forrer) sont représentées par des cercles.

Chaleur spécifique. — Dans la théorie classique du champ moléculaire, la chaleur spécifique d'un ferromagnétique est anormale au-dessous du point de Curie, mais possède au-dessus la même valeur

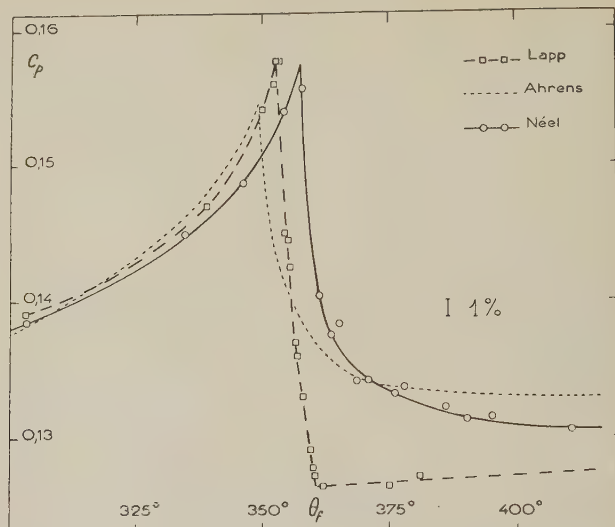


Fig. 4. — Données expérimentales sur la chaleur spécifique vraie du nickel, au voisinage du point de Curie, d'après les expériences de Mme Lapp [8], d'Ahrens [9] et de Néel [10].

que celle d'une substance normale. Au point de Curie même, on devrait observer une discontinuité

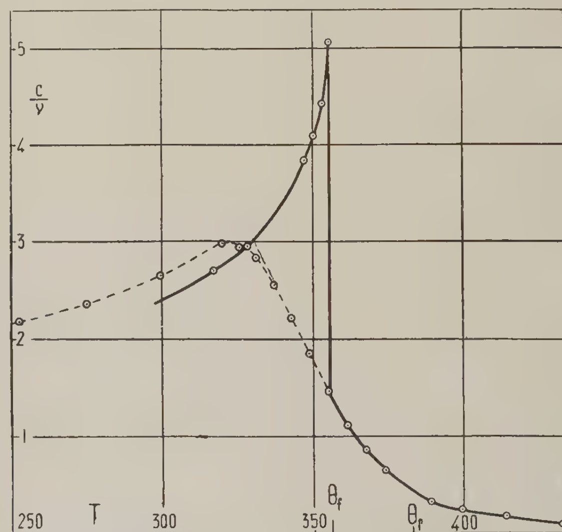


Fig. 5. — Influence des fluctuations sur la chaleur spécifique au voisinage du point de Curie. La courbe en trait plein donne le résultat du calcul quand on introduit des actions à longue distance égales au cinquantième seulement des actions à courte distance. La courbe en tirets est obtenue sans actions à longue distance. Au dessus de Θ, les deux courbes se superposent.

de la chaleur spécifique vraie. Or, l'expérience montre qu'il en est un peu autrement : les données les plus récentes (Ahrens, Néel, *fig.* 4) montrent que l'anomalie de chaleur spécifique persiste encore

à 50° au-dessus du point de Curie et qu'il existe un *arrondi* commençant en Θ_f. Ce phénomène montre qu'il doit subsister encore au-dessus de Θ_f des amas très petits d'atomes à moments parallèles et les fluctuations doivent y jouer un rôle. Effectivement, le calcul fait exclusivement au moyen des données numériques obtenues plus haut [7] donne une chaleur spécifique représentée par la figure 5. Au-dessus du point de Curie, les résultats sont très sûrs. Au-dessous, la chaleur spécifique est très sensible à l'existence éventuelle d'un petit champ moléculaire à longue distance, tandis que la susceptibilité paramagnétique ne l'est pas, aussi est-il préférable pour comparer la théorie à l'expérience de se limiter aux températures supérieures à Θ_f. C'est ce qui a été fait dans la figure 6. La courbe calculée [11], en traits pleins, représente bien les points expérimentaux qui sont figurés par les cercles.

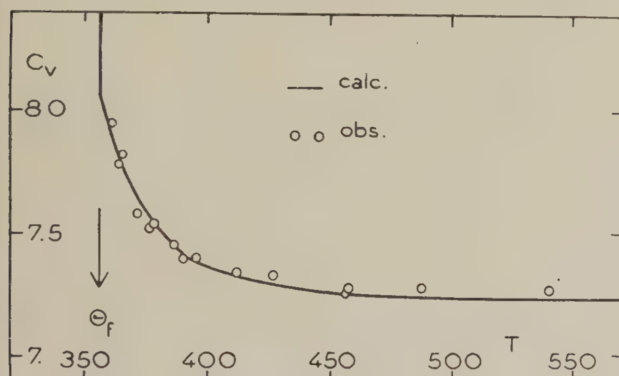


Fig. 6. — Comparaison des valeurs expérimentales (cercles) obtenues par Néel [10] aux valeurs calculées (courbe en trait plein) avec l'hypothèse des fluctuations du champ moléculaire.

Régions sensibles aux fluctuations du champ moléculaire. — Je conclurai cette discussion en disant que les retouches qu'apporte à la théorie classique l'introduction des fluctuations du champ moléculaire ne sont sensibles qu'au voisinage du point de Curie. Par exemple, pour le nickel, elles sont négligeables quand on se trouve à plus de 100° du point de Curie, vers le haut ou vers le bas. Il est donc prudent, si l'on s'en tient à des théories simplifiées, telles que la théorie classique du champ moléculaire, d'exclure dans les applications la région du point de Curie.

Deuxième groupe : Antiferromagnétiques.

Interprétons maintenant les propriétés magnétiques du deuxième groupe auquel appartiennent le manganèse et le chrome. On peut supposer ici que les interactions entre les moments élémentaires tendent à les disposer antiparallèlement ou, en adoptant le langage du champ moléculaire, supposer que le coefficient n est négatif. L'application de la théorie de Weiss fait alors prévoir une variation thermique de la susceptibilité (3), avec la constante de Curie habituelle, qui est formellement la même que celle que l'on obtient avec n positif, mais cette fois-ci Θ est négatif. Comme la susceptibilité du manganèse est sensiblement indépendante de la température, il faut abandonner la théorie ou, tout au moins, la perfectionner. Or, on montre qu'en tenant compte de phénomènes analogues aux fluctuations dans le cas de n positif, la susceptibilité devient indépendante de la température, vers les basses températures, c'est-à-dire les températures qui sont petites à côté de la valeur absolue du point de Curie.

Susceptibilité des antiferromagnétiques à basse température [12]. — On conçoit la formation progressive vers le zéro absolu d'assemblages stables, à moments élémentaires magnétiques antiparallèles, qui se déforment ensuite sous l'action du champ magnétique et dont les déformations sont, en première approximation, indépendantes de la température.

Dès 1931, en utilisant un modèle classique, j'ai montré que la susceptibilité correspondante χ_0 était donnée par la formule

$$-2n\chi_0 = A, \qquad (4)$$

où A est un coefficient qui dépend du réseau et qui est de l'ordre de grandeur de 1.

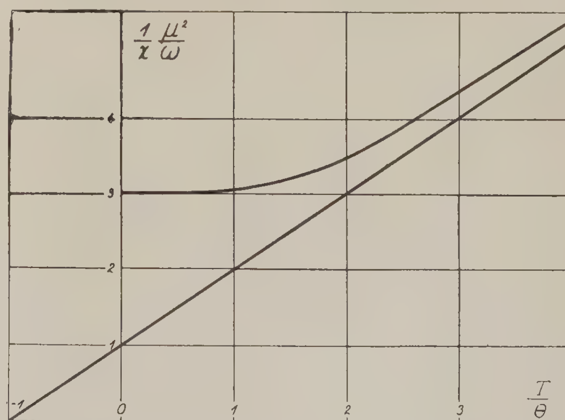


Fig. 7. — Courbe représentant la variation thermique de la susceptibilité d'une substance à champ moléculaire négatif. Les ordonnées sont proportionnelles aux inverses des susceptibilités. On a également tracé l'asymptote donnée par la loi de Curie-Weiss.

La susceptibilité s'éloigne de la valeur donnée par la formule (4) lorsque la température T devient de l'ordre de grandeur de $+\Theta$ en désignant $-\Theta$ par le point de Curie de la formule de Curie-Weiss. L'ensemble de la variation thermique est représentée par une courbe telle que celle de la figure 7.

La droite qu'on y voit également tracée, asymptote à la courbe en question, est donnée par la théorie classique du champ moléculaire. Il existe donc une grande différence entre la théorie classique et la théorie quantique, d'autant plus que, dans le cas du manganèse et du chrome, Θ est de l'ordre de grandeur de quelques milliers de gauss : à la température ordinaire, le point représentatif est donc nettement dans la partie horizontale de la courbe.

Ces conceptions sur le rôle et les effets du champ moléculaire négatif, d'abord accueillies avec quelques réticences par les théoriciens, sont maintenant généralement admises, et Bitter a appelé les substances correspondantes « antiferromagnétiques ». La théorie quantique rigoureuse est très difficile et ce n'est que récemment [13] que Hulthèn, élève de Kramers, a traité le problème et notamment retrouvé la formule (4) avec un coefficient qui est toujours du même ordre de grandeur que celui que donne la théorie non quantique et qui lui est même identique dans des cas particuliers.

L'intérêt principal de la formule (4) est de permettre de calculer le coefficient n des substances antiferromagnétiques à partir de la susceptibilité à basse température, indépendamment du moment atomique qui ne figure pas dans la formule.

Localisation des interactions magnétiques. — L'exposé précédent montre qu'une substance à moment atomique possède des propriétés extrêmement différentes suivant le signe de n, et il convient donc d'en étudier empiriquement les variations, car la théorie est sur ce point trop peu développée pour être très utile. La remarque suivante permet de simplifier cette étude : les interactions décroissent très rapidement quand la distance des atomes croît. Théoriquement, cette propriété découle du fait que les interactions sont liées à l'empiètement des fonctions d'onde électroniques des deux atomes, mais il existe aussi des preuves expérimentales plus directes : les sels halogénés des éléments de transition ont des températures de Curie assez voisines du zéro absolu, bien que les atomes de métal soient assez proches les uns des autres : c'est ainsi que dans le chlorure de nickel les atomes sont à 3,5 Å les uns des autres. Cette distance est précisément égale à la distance de l'atome central à la deuxième couche de voisins dans le nickel métallique pur. Il est donc probable que les interactions magnétiques du nickel, pour leur plus grande part, ne sont dues qu'à la première couche de douze voisins. Les atomes plus éloignés n'ont qu'un rôle négligeable, et il en sera généralement ainsi sauf dans des cas exceptionnels.

On peut donc maintenant caractériser les interactions par un nouveau coefficient u, obtenu en divisant n par le nombre $2p$ des plus proches voisins. Le coefficient u ne dépend plus que de la distance et de la nature des deux atomes voisins interagissant; il s'agit désormais d'étudier cette dépendance.

Relation entre l'interaction magnétique et la distance des atomes [14], [15]. — A la couche électronique $3d$ correspond un nuage électronique de figure compliquée, mais qu'en première approximation on suppose de symétrie sphérique. On peut alors définir un *rayon moyen de la couche magnétique* dont l'emploi est commode dans certains problèmes. Ce rayon moyen peut être calculé par des formules semi-empiriques telles que celles de Slater [16].

A priori, le coefficient réduit u du champ moléculaire doit au moins dépendre de deux variables : r, rayon moyen de la couche magnétique et d, distance entre les deux atomes interagissant comptée de centre à centre. Mais, il s'est finalement trouvé qu'en première approximation, le coefficient u ne dépend, en réalité, que d'une seule variable : la plus courte distance entre les couches magnétiques, égale à la différence entre la distance d des atomes et la somme $2r$ des rayons de leur couche magnétique.

Cette propriété se vérifie aussi bien pour les ferromagnétiques que pour les antiferromagnétiques, comme le montre la figure 8. Les interactions sont

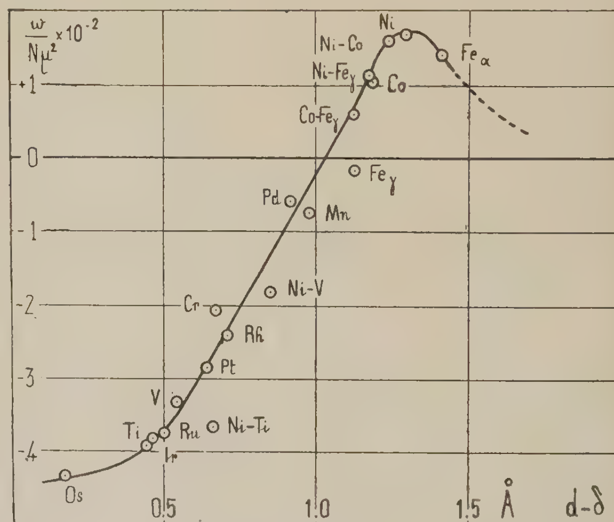


Fig. 8. — Interactions magnétiques en fonction de la distance des couches magnétiques. En ordonnée, on a porté $\omega : N\mu^2$ égal à u; en abscisse, $d - \delta = d - 2r$, plus courte distance entre les couches magnétiques.

d'abord fortement négatives (antiferromagnétisme) quand $d - 2r$ est petit, elles croissent ensuite algébriquement quand $d - 2r$ augmente, deviennent positives, on passe ainsi dans le domaine des substances ferromagnétiques, on atteint un maximum qui correspond à peu près à l'exemple du nickel pour $d - 2r = 1,3$ Å, puis les interactions diminuent avec la distance sans qu'on puisse préciser la loi de décroissance. Il est bien évident que, si

l'on remonte à l'origine même des interactions, l'exactitude rigoureuse de la relation que l'on vient de mettre en évidence est bien peu vraisemblable : il s'agit plutôt seulement d'une relation approchée qui, néanmoins, rend de grands services.

Cas du manganèse [14]. — C'est ainsi que les propriétés du manganèse sont facilement expliquées par la courbe de la figure 8. A l'état métallique, le point représentatif se trouve dans la région négative, à gauche. Une dilatation du réseau augmente d, donc $d - 2r$, et, si elle est suffisante, rend les interactions positives. L'introduction d'azote qui dilate le réseau rend, en effet, le manganèse ferromagnétique. Le ferromagnétisme d'un grand nombre de composés binaires de manganèse s'explique aussi par l'augmentation de la distance des atomes de manganèse, de même que le paramagnétisme, variable selon la loi de Curie-Weiss, des solutions solides étendues de manganèse dans le cuivre, l'argent ou l'or.

Terres rares du groupe yttrique à l'état métallique [17]. — Une autre application intéressante est fournie par les métaux des terres rares pour lesquels, par suite d'une compensation entre le diamètre de la couche magnétique et la distance interatomique, $d - 2r$ est constant à 2 ou 3 centièmes d'angström près : u est donc constant, n est aussi constant, car le réseau est le même dans la série considérée et le point de Curie ne dépend plus que des nombres quantiques L, S et J par l'intermédiaire

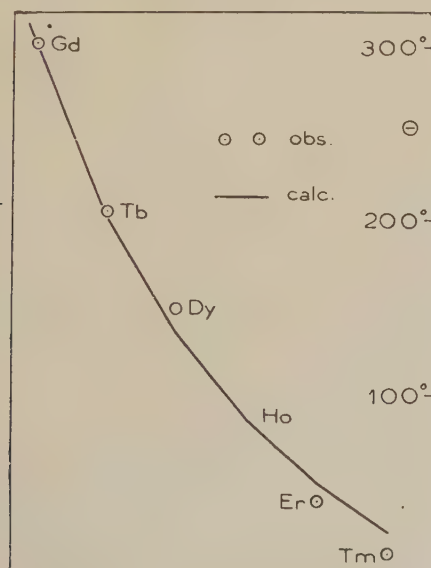


Fig. 9. — Points de Curie observés et points de Curie calculés pour les métaux du groupe yttrique. Les données expérimentales sont empruntées à Trombe et à Klem (*cf.* réf. [17]).

d'une formule très simple. On a représenté sur la figure 9 les points calculés et les points observés : on constate que l'accord est satisfaisant.

Anomalies de volume [15]. — La forme particulière de la courbe qui représente u en fonction de la distance interatomique va nous permettre de comprendre les anomalies de volume et de dilatation que présentent les ferromagnétiques. Prenons d'abord une substance magnétique dont l'aimantation résultante est nulle, même quand il s'agit d'un domaine élémentaire : en un mot, une substance dépourvue d'aimantation spontanée (paramagnétique, ferromagnétique au-dessus du point de Curie) : deux atomes voisins quelconques sont en équilibre à une distance moyenne d l'un de l'autre. Supposons maintenant qu'il apparaisse une aimantation spontanée σ, il s'introduit de ce fait une énergie magnétique

$$W_M = -\frac{1}{2} n\sigma^2.$$

Si le point représentatif de n se trouve dans la partie ascendante de la courbe d'énergie d'interaction (partie gauche de la figure 8), on s'aperçoit qu'une augmentation de la distance interatomique d augmente algébriquement n, c'est-à-dire diminue

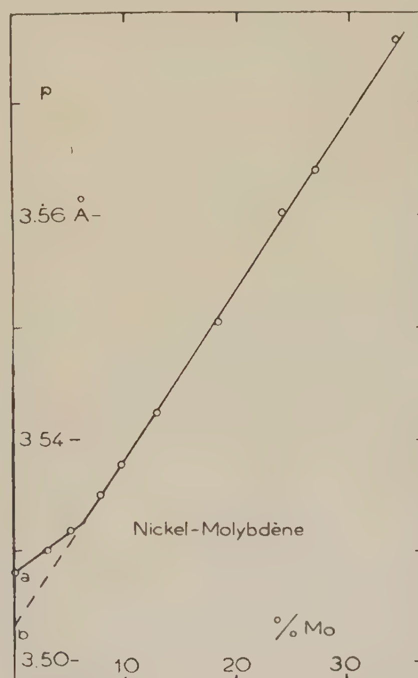


Fig. 10. — Paramètre des solutions solides de molybdène dans le nickel. A gauche du coude, la solution solide est ferromagnétique à la température ordinaire. A droite du coude, les solutions sont à l'état paramagnétique.

l'énergie magnétique W_M : l'apparition de l'aimantation spontanée doit donc être accompagnée d'une expansion de la substance limitée d'ailleurs par l'apparition simultanée d'une énergie élastique de

déformation proportionnelle au carré de cette dernière. Inversement, si le point représentatif de n se trouve sur la partie descendante de la courbe d'énergie d'interaction, l'apparition de l'aimantation spontanée est accompagnée d'une contraction de la substance.

Des expériences de Koster et Schmidt mettent en évidence ce phénomène. Prenons les solutions solides de molybdène dans le nickel. A la température ordinaire, elles sont ferromagnétiques jusqu'à 8 pour 100 environ de molybdène. Lorsque la concentration de molybdène est supérieure, elles sont paramagnétiques, car le point de Curie est descendu au-dessous de la température ordinaire; de telles solutions solides ne possèdent donc pas d'aimantation spontanée et, si l'on porte sur un graphique le paramètre du réseau en fonction de la concentration, on obtient la droite représentée sur la partie droite de la figure 10. On voit nettement qu'au-dessous de 8 pour 100, le paramètre du réseau est plus grand que celui que l'on obtient par extrapolation de la droite. En extrapolant jusqu'au nickel pur, on voit que le nickel, privé d'aimantation spontanée, a un paramètre b plus petit que le paramètre a du nickel normal (b = 3,505 et a = 3,515 Å).

Le même phénomène se produit dans les solutions solides de cobalt-molybdène, mais beaucoup plus accentué.

Anomalies de dilatation des ferromagnétiques [14]. — Pour préciser les considérations ainsi esquissées, il faut tenir compte de la dilatation

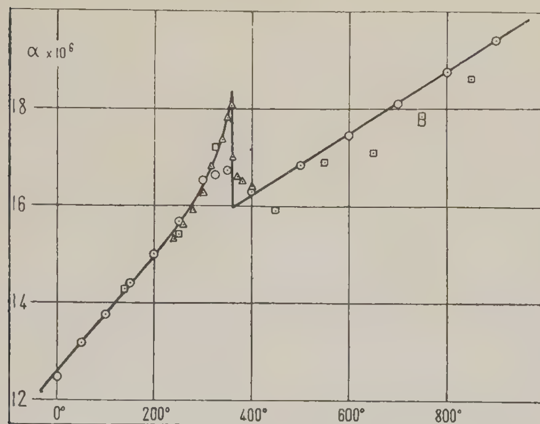


Fig. 11. — Coefficient de dilatation vrai du nickel calculé (courbe en trait plein) comparé aux points expérimentaux : ⊙ Chevenard [18], ⊡ Hidnert [19], △ Williams [20].

thermique et, dans ces conditions, on trouve que l'anomalie de longueur δl, c'est-à-dire la différence entre la longueur réelle de la substance et celle qu'elle aurait si l'on pouvait la priver de son aimantation spontanée, est donnée par la formule

$$\frac{\delta l}{l} = p\sigma^2 \left[\frac{1}{2Ad} u' + \alpha T \left(\frac{u''}{A} - \frac{u'''}{6B}\right)\right], \qquad (5)$$

où T est la température absolue, α le coefficient de dilatation; A et B sont deux coefficients qui dépendent des propriétés élastiques. Dans la formule (5) figurent u', u'', u''' dérivées successives de l'énergie d'interaction u par rapport à la distance interatomique. Ces dérivées sont les mêmes que les dérivées par rapport à $d - 2r$. M. Chevenard, à la suite des belles et nombreuses recherches qu'il a entreprises avec ses différents modèles de dilatomètres enregistreurs, avait trouvé que l'anomalie de dilatation était représentée par une formule du type

$$\frac{\delta l}{l} = \sigma^2(\lambda + \mu T + \nu T^2), \qquad (6)$$

comme précisément la formule (5).

Cette formule représente d'ailleurs les expériences avec une bonne précision, comme le montrent les figures 11 et 12 sur lesquelles on peut comparer les points expérimentaux, obtenus par Chevenard et d'autres auteurs, à la courbe de dilatation déduite de la formule (6) avec des coefficients convenables.

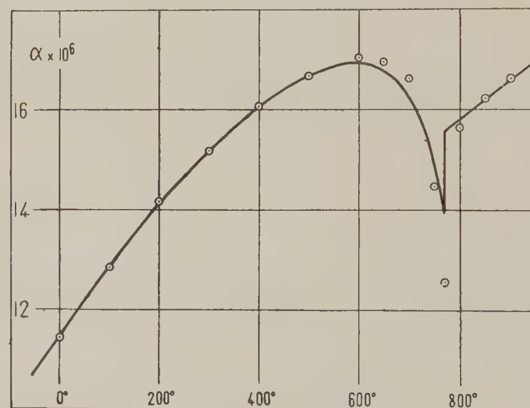


Fig. 12. — Coefficient de dilatation vrai du fer calculé (courbe en trait plein) comparé aux points expérimentaux ⊙ de Chevenard [18].

Les coefficients de la formule (6) une fois connus de cette manière, il suffit de les comparer aux coefficients de la formule (5) pour en déduire u (ou ce qui revient au même n) et ses dérivées successives u', u'', u''', par rapport à la distance. A cet égard, la théorie présente un grand intérêt : en effet, connaissant u, u', u'', u''', ..., on peut, au moyen d'un développement en série de Taylor, restituer la forme de la courbe $u = f(d - 2r)$ au voisinage du point représentatif du métal en question.

La méthode a été appliquée au nickel : la figure 13 en illustre les résultats. La courbe en trait plein

provient d'un développement en série dont les coefficients ont été calculés par la formule (5) appliquée aux résultats expérimentaux de Chevenard [18] relatifs au nickel. Les cercles proviennent du calcul direct de u au moyen du point de Curie des substances indiquées. On voit facilement que la courbe a la même allure générale que la courbe de la figure 8 et que, bien mieux, elle représente parfaitement les points expérimentaux déduits de l'étude directe du cobalt et de différentes séries d'alliages par une méthode entièrement différente.

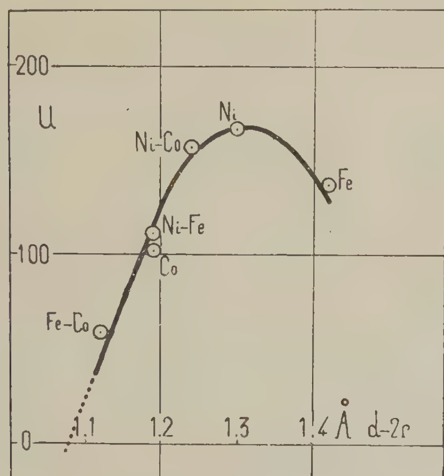


Fig. 13. — Courbe donnant le coefficient du champ moléculaire en fonction de la distance des couches magnétiques, calculé d'après les anomalies de dilatation du nickel.

Variation thermique du champ moléculaire [14]. — Les exemples précédents précisent suffisamment la dépendance du champ moléculaire et des distances interatomiques pour qu'on puisse aborder le problème de la variation thermique du champ moléculaire, car, à cet égard, nous avions jusqu'ici supposé les atomes immobiles aux nœuds d'un réseau indéformable.

L'effet de la température est double : en premier lieu, il se produit une dilatation générale du réseau qui a pour effet d'augmenter également toutes les distances interatomiques entre atomes voisins, d'où une variation de n qui se déduit de la courbe de la figure 8. En second lieu, il se produit, par élévation de température, des oscillations de plus en plus amples des atomes autour de leur position moyenne d'équilibre; si le coefficient du champ moléculaire était une fonction linéaire de la distance, les variations périodiques de n, par agitation thermique, n'altéreraient pas sa valeur moyenne, mais comme il existe une courbure, il y a là une nouvelle cause de variation thermique de n.

Finalement, on trouve que n est une fonction de la température qui se développe sous la forme suivante

$$n = n_0(1 + lT + mT^2 + \dots); \qquad (7)$$

le coefficient du terme en T est d'ailleurs [14] égal à

$$l = \frac{\alpha d}{u} u' + \frac{R \varkappa_0 d^2}{6 V u} u''; \qquad (8)$$

R est la constante des gaz, $\varkappa_0$ le coefficient de compressibilité du métal, V son volume atomique. Le premier et le second terme de la formule (8) correspondent respectivement au premier et au second effet que je viens de signaler. Pratiquement, jusqu'à 1000°, on peut négliger le terme en T^2 de la formule (7), mais pas du tout le terme en T qui, à cette température, peut dépasser 20 pour 100 du terme indépendant de la température.

Cette variation thermique du champ moléculaire a une assez grande importance théorique; en effet, l'aimantation d'un paramagnétique pur est donnée par la loi de Curie (1) où C_0 est la constante de Curie liée au moment atomique par les formules connues. Mais, lorsqu'il existe un champ moléculaire à variation thermique, l'aimantation est donnée par une formule telle que la formule (3) qui a bien la même forme que la loi de Curie-Weiss, mais dans laquelle la constante de Curie C_0 est remplacée par la constante C qui est liée à la constante de Curie C_0 du paramagnétisme pur par la relation

$$C = (1 + l\Theta) C_0. \qquad (9)$$

C'est ainsi que dans le nickel on a : $C = 0{,}323$ et $C_0 = 0{,}379$. Il est bien évident que l'expérience donne directement C, mais cette quantité, telle quelle, ne nous intéresse pas : il faut en déduire C_0 et, pour cela, connaître le coefficient du binome de variation thermique du champ moléculaire. On voit ici les conséquences inattendues de la variation thermique du champ moléculaire avec la distance des atomes.

Notons encore que, dans la région ferromagnétique, cette variation thermique de n provoque des modifications sensibles et auxquelles il faut avoir égard de la variation thermique de l'aimantation spontanée.

D'ailleurs, et d'un point de vue plus général, la prise en considération de ces phénomènes est de nature à modifier certaines conclusions qui avaient été adoptées relativement au moment élémentaire du nickel.

Conclusion. — On vient d'examiner dans ce qui précède, d'une manière assez approfondie, le côté « champ moléculaire » de la théorie du ferromagnétisme et, dans ce but, nous avions émis préalablement l'hypothèse d'un moment atomique invariable, indépendamment notamment de la température et du champ moléculaire. Cette hypothèse a été adoptée pour simplifier les calculs et l'exposé. Jusqu'ici,

et malgré d'importants travaux, l'étude de l'aspect « moment élémentaire » du ferromagnétisme est beaucoup moins avancée. Il est certain que l'hypothèse la plus simple qui consiste à attribuer le même moment élémentaire à tous les atomes du métal est inexacte, puisque le moment atomique du nickel, exprimé en magnétons de Bohr, est fractionnaire. Il s'agit plutôt d'un équilibre entre atomes à moments différents dont les conditions exprimées dans un autre langage ont été précisées d'abord par Slater et Mott. En principe, cet équilibre est déplacé sous l'influence du champ moléculaire.

Un nouveau champ de recherche, peu exploré, s'ouvre ainsi devant nous. Il faut espérer que, malgré l'extrême complication des phénomènes, leur étude conduira à des résultats positifs.

Manuscrit reçu le 15 décembre 1939.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Sur ces questions, consulter le rapport très complet et très documenté de Van Vleck à la Réunion d'étude sur le Magnétisme de Strasbourg, en 1939 (à paraître prochainement).
[2] *Voir* le Rapport de Weiss au Conseil Solvay de 1930 (Gauthier-Villars, Paris) et le Rapport de Barnett à la réunion de Strasbourg (*Cf.* réf. I).
[3] Pour être complet, rappelons que le palladium et le platine, qui appartiennent respectivement à la deuxième et à la troisième série de transition, suivent la loi de Curie avec un point de Curie négatif très grand et forment ainsi un troisième groupe, mais dont les propriétés se rattachent à celles du deuxième groupe.
[4] Au sujet de la théorie du champ moléculaire, consulter : Weiss, *Le magnétisme* (A. Colin, Paris).
[5] Pour des références détaillées aux Mémoires originaux, consulter les deux Ouvrages : Van Vleck, *Electric and Magnetic susceptibilities* (Clarendon Press, Oxford, 1932) et Mott et Jones, *Properties of Metals and Alloys* (Clarendon Press, Oxford, 1936).
[6] L. Néel, *Ann. de Physique*, 1932, **17**, p. 5.
[7] L. Néel, *J. de Physique*, 1934, **5**, p. 104.
[8] E. Lapp, *Ann. de Physique*, 1929, **12**, p. 442.
[9] Ahrens, *Ann. der Physik*, 1934, **21**, p. 69.
[10] L. Néel, *C. R. Acad. Sc.*, 1938, **207**, p. 1384.
[11] L. Néel, *C. R. Acad. Sc.*, 1938, **208**, p. 177.
[12] L. Néel, *Ann. de Physique*, 1932, **17**, p. 5 et 1936, **5**, p. 232; *C. R. Acad. Sc.*, 1936, **203**, p. 104.
[13] L. Hulthén, *Proc. Roy. Acad. Amsterdam*, 1936, **39**, p. 190; *Arkiv f. Mat. Astr. o. Fysik*, 1937, **26**, n° **11**, p. 237.
[14] L. Néel, *Ann. de Physique*, 1937, **8**, p. 237.
[15] Pour cette question et celles qui sont traitées dans les paragraphes suivants, consulter le Rapport de l'auteur à la Réunion d'étude sur le Magnétisme de Strasbourg en 1939 (à paraître prochainement).
[16] Slater, *Phys. Rev*,, 1930, **36**,p. 57.
[17] L. Néel, *C. R. Acad. Sc.*, 1938, **206**, p. 57; *Z. f. Elektrochemie*, 1939, **15**, p. 378.
[18] P. Chevenard, *Travaux et Mémoires du B. I. des Poids et Mesures*, 17, Paris.
[19] Hidnert, *Bur. of Standards*, 1930, **5**, p. 1305.
[20] Williams, *Phys. Rev.*, 1934, **46**, p. 1011.

L'ABSORPTION ATMOSPHÉRIQUE ET LA LOI EN λ^{-4}

Par JEAN DUFAY.
Observatoire de Lyon.

Sommaire. — Reprenant l'étude des observations de Müller et Kron à Ténériffe, que j'avais déjà interprétées avec Tien Kiu, M. Duclaux a prétendu démontrer que ces observations n'apportaient aucun appui à la théorie de la diffusion moléculaire de Lord Rayleigh et qu'elles conduisaient au contraire à une loi d'absorption bien différente, sensiblement proportionnelle à λ^{-3}.

Je montre que ce résultat, basé sur des calculs assez arbitraires, est complètement illusoire. J'explique ensuite pourquoi la loi en λ^{-4} ne peut pas être vérifiée avec une grande exactitude, même par les meilleures mesures spectrophotométriques. Je cherche enfin dans quelle mesure la loi est vérifiée, soit par les observations visuelles de Müller et Kron, soit par diverses séries de mesures spectrobolométriques de la Smithsonian Institution. Je constate que la vérification est d'autant meilleure que les mesures sont plus précises.

1. **Absorption atmosphérique et diffusion moléculaire.** — La théorie de la diffusion moléculaire de la lumière par les gaz transparents, vérifiée par un grand nombre de recherches expérimentales, a été appliquée avec succès à l'étude de l'absorption atmosphérique.

Les observations ont porté le plus souvent sur le rayonnement du Soleil ou des étoiles, plus rarement sur celui d'une source terrestre lointaine. Dans ce dernier cas, l'absorption trouvée est toujours supérieure à celle que prévoit la théorie; mais la différence provient de la brume abondante au voisinage du sol, car elle tend à s'annuler à haute altitude, comme l'ont montré les expériences faites par Link et Hugon entre la Brèche de Roland et le Pic du Midi [1].

Pour interpréter les mesures faites sur le rayonnement des astres, on construit généralement un graphique en portant en abscisses λ^{-4} — ou mieux la fonction $f(\lambda) = (\mu_0^2 - 1)^2 \lambda^{-4}$, dans laquelle μ_0 représente l'indice de réfraction de l'air, pris dans les conditions normales, pour la radiation de longueur d'onde λ — en ordonnées les densités optiques D_λ de l'atmosphère au zénith, mesurées pour chaque radiation par la méthode de Bouguer. Si l'absorption résulte uniquement de la diffusion moléculaire, les points doivent se placer sur une droite passant par l'origine des coordonnées. La pente de celle-ci est liée par une formule connue à la pression atmosphérique au lieu d'observation et au nombre n_0 des molécules contenues dans 1 cm³ de gaz pris dans les conditions normales.

La discussion de nombreuses séries d'observations [2, 3, 4, 5] faites dans des stations de haute altitude a montré qu'en dehors des régions où l'ozone possède une absorption sélective notable, les densités mesurées D_λ pouvaient bien être représentées par une droite en fonction de $f(\lambda)$. Toutefois, la droite ne passe pas en général exactement par l'origine des coordonnées; on la représente donc par une équation de la forme

$$D = A + Bf(\lambda), \qquad (1)$$

dans laquelle la constante A mesure une ordonnée à l'origine, généralement fort petite. A partir des pentes B ainsi déterminées par les observations, on calcule un nombre n_0 qui a bien l'ordre de grandeur prévu.

Dans le travail le plus récent et le plus complet, Tien Kiu [5] a montré qu'il existait une corrélation fort notable entre les constantes A et B d'une part et, d'autre part, la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère. L'absorption neutre, représentée dans l'équation (1) par la constante A, est donc, au moins en grande partie, liée à l'humidité de l'atmosphère. Celle-ci a aussi pour effet d'augmenter la constante B; par une courte extrapolation de ses résultats, Tien Kiu évalue la pente B relative à une atmosphère sèche. A partir de cette valeur, la formule de Rayleigh-Cabannes donne

$$n_0 = (2,774 \pm 0,038) \cdot 10^{19} \ (^1).$$

Le nombre d'Avogadro correspondant est

$$N = (6,216 \pm 0,085) \cdot 10^{23}.$$

Ainsi, dans les stations élevées, en dehors des régions d'absorption sélective, l'absorption par une atmosphère sèche résulte presque exclusivement de la diffusion moléculaire, régie par les lois de Lord Rayleigh. A basse altitude, la vase atmosphérique, variable d'un jour à l'autre, ajoute à ce phénomène permanent et régulier des effets complexes et encore mal connus.

2. **Les objections de M. Jacques Duclaux.** — Cependant, depuis plus de dix ans, M. Jacques Duclaux s'obstine, avec une remarquable continuité de vues, à combattre l'application des lois de la diffusion moléculaire à l'absorption atmosphérique.

(1) C'est par suite d'une légère erreur numérique que Tien Kiu a donné des nombres un peu différents. La formule (6) de son Mémoire doit s'écrire en réalité :

$$D_\lambda = 3,08154 \frac{p_z}{p_0} n_0^{-1} f(\lambda).$$

L'interprétation de certains cas de visibilité à de très grandes distances l'a conduit à penser que les coefficients d'absorption de l'air pur étaient bien inférieurs aux valeurs calculées par la formule de Rayleigh-Cabannes (d'au moins 23 pour 100) [6] et à émettre l'opinion que la basse atmosphère pourrait être, en l'absence de brume, parfaitement transparente. L'absorption exercée sur la lumière des astres se trouverait alors surtout localisée dans certaines couches atmosphériques élevées où flotteraient des cristaux de nitrate d'ammonium et d'autres sels [7].

L'interprétation de ces cas de visibilité à grande distance est malaisée et doit faire intervenir des phénomènes complexes. Au lieu de conclure que les lois de Lord Rayleigh, bien vérifiées dans les cas simples que j'ai rappelés plus haut, sont contredites par de telles observations, il est plus prudent de penser que c'est l'interprétation élémentaire et toute schématique de ces phénomènes donnée par M. Duclaux qui n'est pas satisfaisante.

M. Duclaux a ensuite mesuré lui-même l'absorption atmosphérique entre deux stations terrestres par sa méthode « des contrastes lointains » qu'il croit supérieure à la méthode plus simple généralement usitée [8]. M. Duclaux obtient des coefficients d'absorption deux ou trois fois plus grands que les coefficients d'absorption calculés par la formule de Rayleigh-Cabannes, ce qui, *a priori*, n'a rien de surprenant, la différence pouvant être attribuée à la brume. Mais, par un étrange paradoxe, M. Duclaux conclut de ses mesures que les coefficients d'absorption de l'*air pur* doivent être en réalité bien inférieurs aux valeurs théoriques. La raison invoquée est qu'en diminuant de 30 pour 100 les coefficients théoriques et, par suite, en augmentant l'effet attribué à la brume, on arrive à interpréter ce dernier d'une manière un peu plus simple.

Enfin, tout récemment, M. Duclaux a entrepris d'examiner à nouveau la réduction des anciennes mesures faites sur le rayonnement solaire « pour voir, dit-il, si elles avaient été interprétées correctement » [9]. Il ne s'est pas adressé aux nombreuses et excellentes mesures faites par la Smithsonian Institution à Montezuma de 1920 à 1930, mesures qui ont été soigneusement discutées par Tien Kiu [5], mais aux quelques séries de mesures visuelles faites par Müller et Kron à Ténériffe en 1910, que j'avais précédemment interprétées avec Tien Kiu [4]. Contrairement à l'opinion que nous avions alors émise, M. Duclaux déclare que « non seulement on ne peut trouver dans les nombres de Müller et Kron aucune vérification de la théorie, mais qu'ils conduisent à une loi d'absorption bien différente ». Cette loi serait à peu près en λ^{-3}.

Pour la première fois, M. Duclaux s'intéresse à des mesures directes de l'absorption atmosphérique, faites par une méthode classique. Leur interprétation implique un minimum d'incertitude et, sur ce terrain solide, je suivrai volontiers M. Duclaux. C'est donc seulement son dernier travail que j'entends discuter ici.

Je vais montrer que le résultat de M. Duclaux, basé sur des calculs assez arbitraires, est complètement illusoire. J'expliquerai ensuite pourquoi il est difficile de vérifier avec précision la loi en λ^{-4}. Enfin, je montrerai qu'elle est cependant vérifiée avec toute la précision qu'on peut actuellement attendre des mesures spectrophotométriques.

3. **Recherches d'une loi en λ^x par tâtonnements successifs.** — Le fait que la pente de la droite tracée en portant en abscisses λ^{-4} — ou mieux $f(\lambda)$—, en ordonnées, les densités optiques D_λ conduit à une valeur convenable pour n_0 ne semble pas à M. Duclaux une vérification suffisante des lois de Lord Rayleigh. D'après lui, il faut d'abord s'assurer que la loi en λ^{-4} est celle qui satisfait le mieux aux observations. Celles-ci ne seraient-elles pas, par hasard, mieux représentées en prenant un exposant x différent de 4 ? A la manière des anciens physiciens qui cherchèrent dans l'étude du bleu du ciel les premières vérifications de la théorie primitive de Lord Rayleigh, M. Duclaux se propose donc de déterminer l'exposant x qu'il faut adopter dans les formules du type

$$D = C\lambda^x \tag{2}$$

ou du type

$$D = A + B'\lambda^x, \tag{3}$$

pour représenter le mieux possible les observations de Müller et Kron.

Il choisit, à cet effet, une série de valeurs de x (— 1,5, — 2, — 2,5 ...) et, pour chacune d'elles, il détermine, par tâtonnements successifs, les constantes C ou A et B' qui satisfont aux conditions suivantes :

1° La somme algébrique des écarts entre les valeurs observées et calculées est nulle;

2° La somme de leurs valeurs absolues est minimum. Il compare ensuite les sommes des valeurs absolues Σ des écarts obtenues avec les différentes valeurs de x; la meilleure valeur de x est celle qui conduit à la plus petite valeur de Σ.

M. Duclaux adopte comme facteurs de transmission p les moyennes des facteurs de transmission des cinq meilleures séries de mesures faites à Alta-Vista, qui concernent 11 radiations. Les densités optiques correspondantes sont $D_\lambda = -\log p_\lambda$. Avec ces 11 nombres, M. Duclaux trouve que la somme Σ des valeurs absolues des écarts est minimum pour $x = -2{,}5$ quand on adopte la formule (2) et que, lorsqu'on adopte la formule (3), cette somme est d'autant plus petite que x est lui-même plus petit en valeur absolue.

Mais, parmi les 11 radiations considérées, 4 au moins sont absorbées par l'ozone. On est donc sûr, *a priori*, que la loi en λ^{-4} ne peut pas être vérifiée et, comme l'ozone a une courbe d'absorption fort

accidentée entre 5000 et 6500 Å, la recherche d'une loi en λ^x dans cette région n'a elle-même aucun sens. Les calculs développés dans les paragraphes 8 et 9 de l'article de M. Duclaux sont, par suite, complètement dépourvus d'intérêt.

M. Duclaux recommence ensuite les calculs en éliminant les quatre radiations les plus fortement absorbées par l'ozone 0,540, 0,570, 0,605 et 0,651 μ. Il trouve alors que la somme Σ des valeurs absolues des écarts est minimum pour $x = -3$, aussi bien lorsqu'on adopte la formule (3) que la formule (2). C'est ainsi que, d'après lui, les observations de Müller et Kron conduisent à une loi en λ^{-3}.

4. **Critique de la méthode précédente.** — « La méthode rigoureuse que j'ai suivie, dit M. Duclaux, est laborieuse, car elle a exigé le calcul de 260 fonctions. Mais, au moins, le résultat est sûr ». On peut cependant adresser plusieurs critiques à la méthode en question.

Il semble bien d'abord que M. Duclaux considère les écarts sur les facteurs de transmission p_λ, bien que ce soient les écarts sur les densités optiques qu'il faille exclusivement considérer. Les densités optiques sont fournies directement par les mesures et interviennent seules dans l'expression de la loi cherchée.

Ensuite, pourquoi chercher à rendre minimum la somme des valeurs absolues des écarts plutôt que la somme de leurs carrés ? La méthode des moindres carrés repose sur la loi de répartition des erreurs accidentelles de Gauss; celle de M. Duclaux est bien plus arbitraire. J'entends bien que M. Duclaux conteste la légitimité de l'application de la méthode des moindres carrés au cas actuel, sous prétexte que la répartition des erreurs dans le cas des mesures de Müller (mais non dans le cas des mesures de Kron) paraît s'écarter un peu de la loi de Gauss. Mais cela ne justifie nullement la condition de rendre minimum la somme des valeurs absolues des écarts. Du reste, l'objection de M. Duclaux contre l'emploi de la méthode des moindres carrés est contestable. Le fait que les écarts relatifs aux mesures individuelles des logarithmes des éclairements ne suivraient pas rigoureusement la loi de Gauss n'est pas probant, car les seuls écarts qui nous intéressent sont relatifs aux densités optiques, obtenues à partir des logarithmes des éclairements, en construisant les droites de Bouguer. Ces écarts sur les densités optiques suivent-ils ou non la loi de Gauss ? Nous n'avons aucun moyen de le savoir, car le nombre de points dont nous disposons est trop petit. Il n'est donc nullement assuré que la méthode des moindres carrés puisse nous conduire à un résultat valable. Mais, si l'on veut à tout prix tirer quelque conclusion de l'étude des écarts — et c'est sur cette étude qu'est basé tout le travail de M. Duclaux — suivre la méthode des moindres carrés est encore ce que nous pouvons faire de moins arbitraire. C'est aussi ce que nous pouvons faire de plus rapide.

Du reste, malgré son objection préalable contre l'emploi des moindres carrés, M. Duclaux s'efforce de montrer ensuite que cette méthode conduirait au même résultat que son procédé de calcul. Mais il ne suffit pas, pour nous en convaincre, de constater que la somme des carrés des écarts suit, dans certains cas, une marche à peu près parallèle à la somme de leurs valeurs absolues.

5. **Emploi de la méthode des moindres carrés.** — Proposons-nous donc de déterminer les constantes A et B' de la formule (3) par la méthode des moindres carrés pour diverses valeurs de x.

Il est intéressant d'effectuer les calculs avec des données variées :

a. On prendra d'abord les densités optiques correspondant aux facteurs de transmission moyens adoptés par M. Duclaux pour les 7 radiations : 0,430, 0,443, 0,457, 0,477, 0,499, 0,514 et 0,679 μ.

b. On éliminera ensuite la radiation 0,514 μ (comme nous l'avions fait, Tien Kiu et moi, en interprétant les mesures d'Alta-Vista) qui est encore absorbée notablement par l'ozone. D'après Mme Vassy [10], le coefficient d'absorption est voisin de 0,021 : une couche d'ozone de 0,3 cm d'épaisseur produirait donc une densité optique supplémentaire de l'ordre de 0,006, nettement supérieure, comme nous allons le voir, à l'erreur moyenne d'un point.

Il conviendrait d'éliminer aussi la radiation 0,679 μ pour laquelle l'absorption de l'ozone n'est pas beaucoup plus petite (coefficient d'absorption voisin de 0,018). Mais alors l'intervalle spectral utilisé pour tracer la droite (0,430 à 0,499 μ) serait exagérément réduit.

c. Enfin, au lieu de prendre les densités optiques correspondant à la moyenne des observations d'Alta-Vista, il serait intéressant de traiter séparément chaque série d'observations journalières. On fera, par exemple, le calcul pour les mesures du 12 mai 1910, qui ont montré la plus grande transparence dans l'ensemble du spectre [11]. Les six mêmes radiations que dans le second calcul seront utilisées (o514 μ éliminée).

Les résultats obtenus sont rassemblés dans les Tableaux I et II. Dans le Tableau I, je donne, afin qu'on puisse vérifier mes calculs, les valeurs des constantes A et B' trouvées pour chaque valeur de x. Dans le Tableau II, je donne la somme des carrés des écarts $\Sigma\varepsilon^2$, l'erreur moyenne d'un point

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{\Sigma\,\varepsilon^2}{N-2}},$$

N étant le nombre de radiations utilisées (7 ou 6), et enfin, à titre de comparaison, la somme $\Sigma|\varepsilon|$ des valeurs absolues des écarts. Les courbes *a*, *b* et *c* de la figure 1 montrent les variations, en fonction de x, de l'erreur moyenne d'un point ε_1 dans les trois cas envisagés.

a. Avec les sept radiations utilisées par M. Duclaux, on voit que l'erreur moyenne ε_1 (ou la somme des carrés des écarts) est minimum pour $x = -3{,}3$ environ. M. Duclaux trouvait $-3{,}0$. La différence, qui n'est pas énorme, provient de l'emploi d'un autre procédé de calcul.

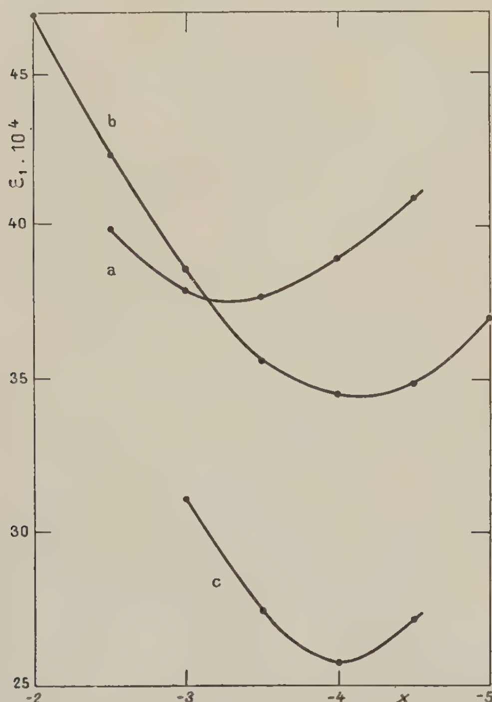


Fig. 1. — Variations en fonction de l'exposant x de l'écart moyen d'un point par rapport à la droite $D\lambda = A + B\lambda^x$.
a, moyenne des mesures d'Alta-Vista, avec 7 radiations; *b*, moyenne des mesures d'Alta-Vista. avec 6 radiations (0,514 μ éliminée).

b. En éliminant la radiation 0,514 μ, l'erreur moyenne est un peu réduite et devient minimum pour $x = -4{,}15$ environ ([2]).

c. En prenant enfin les densités optiques du 12 mai pour les six mêmes radiations, le minimum de l'erreur moyenne se produit pour $x = -4{,}15$, et il est beaucoup mieux défini que dans les deux cas précédents. L'erreur moyenne d'un point est aussi beaucoup plus petite que lorsqu'on considère la moyenne des mesures, preuve que cette moyenne n'arrange rien, bien au contraire. Le fait s'explique par les variations relativement grandes d'un jour à l'autre de l'absorption neutre (représentée par *A*); celle-ci était particulièrement faible le 12 mai.

Tableau I.

x.	*a.*		*b.*		*c.*	
	A.	*B'.*	*A.*	*B'.*	*A.*	*B'.*
−2			−0,0233	+0,0193		
−2,5	−0,0094	+0,0110	−0,0106	+0,0112		
−3	−0,0006	+0,0066	−0,0022	+0,0068	−0,0094	+0,0074
−3,5	+0,0057	+0,0041	+0,0038	+0,0042	−0,0028	+0,0046
4	+0,0106	+0,0025	+0,0084	+0,0026	+0,0022	+0,0029
4,5	+0,0143	+0,0016	+0,0118	+0,0016	+0,0062	+0,0018
−5			+0,0149	+0,0010		

Tableau II.

x.	*a.*			*b.*			*c.*		
	$\Sigma\varepsilon^2$.	$\varepsilon.10^4$.	$\Sigma\lvert\varepsilon\rvert$.	$\Sigma\varepsilon^2$.	$\varepsilon.10^4$.	$\Sigma\lvert\varepsilon\rvert$.	$\Sigma\varepsilon^2$.	$\varepsilon.10^4$.	$\Sigma\lvert\varepsilon\rvert$.
−2				8783	46,86	185			
−2,5	7948	39,87	192	7140	42,25	185			
−3	7167	37,86	183	5949	38,56	155	3855	31,03	125
−3,5	7111	37,72	191	5052	35,54	142	3003	27,40	93
−4	7587	38,95	201	4771	34,54	145	2648	25,73	92
−4,5	8599	40,90	222	4870	34,89	156	2926	27,14	120
−5				5502	37,09	170			

Les deux dernières valeurs de x obtenues sont en bon accord avec la théorie de la diffusion moléculaire, puisque, comme le remarque M. Duclaux, la théorie conduit à un nombre x un peu supérieur à 4 quand on néglige la dispersion de l'air. S'il était permis de tirer de là quelque conclusion, elle serait plutôt favorable à la loi en λ^{-4}. Il est en tout cas abusif d'affirmer que les observations de Müller et Kron conduisent à une loi en λ^{-3}. Mais on a vu que l'élimination justifiée d'un seul point suffit à faire passer de $-3{,}3$ à $-4{,}15$ la valeur de x qui rend minimum la somme des carrés des écarts. En réalité, toute conclusion basée sur l'étude de ces résidus demeure extrêmement fragile.

6. Difficulté de vérifier avec précision la loi en λ^{-4}.

— Je ne poursuivrai pas la discussion des résultats obtenus par M. Duclaux dans sa deuxième approximation, car il me paraît tout à fait illusoire de chercher à corriger les densités optiques observées de l'absorption par l'ozone.

D'après la forme même de la loi d'absorption adoptée, formules (2) ou (3), il est visible que la détermination de l'exposant x ne peut pas être faite avec une grande précision. Prenons, en effet,

([2]) Dans le premier calcul *a*, la radiation 0,514 μ donnait des résidus positifs assez importants (croissant de + 0,0024 à + 0,0054 quand $-x$ croissait de 2,5 à 4,5). La radiation 0,430 μ que M. Duclaux croit bon d'éliminer dans ses calculs ultérieurs donnait des écarts comparables, mais décroissant de + 0,0057 à + 0,0022 quand $-x$ croissait de 2,5 à 4,5, en sorte que, si l'élimination de $\lambda = 0{,}514$ μ tend à augmenter la valeur de $-x$ correspondant au minimum de l'écart moyen, l'élimination de $\lambda = 0{,}430$ μ tend à la diminuer. Le point le plus aberrant correspond dans tous les cas à la radiation $\lambda = 0{,}457$ μ qui donne toujours un fort résidu négatif, quel que soit *n* (passant de $-0{,}0050$ à $-0{,}0057$ quand $-x$ croît de 2,5 à 4,5).

les logarithmes des deux membres de la relation (3)

$$\log(D_\lambda - A) = x \log\lambda + \log B'. \quad (4)$$

Si les observations satisfont à la relation (3), les points obtenus en portant en abscisses log λ, en ordonnées log $(D_\lambda - A)$, doivent se placer sur une droite de pente x.

Supposons, pour schématiser à l'extrême, que la constante A soit nulle et qu'on détermine la pente x de la droite (4) avec deux points seulement, correspondant aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2, aux densités D_1 et D_2. L'erreur relative maximum à craindre sur x est, en supposant les longueurs d'onde exactement connues

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta(\log D_1) + \Delta(\log D_2)}{\log D_1 - \log D_2}.$$

Comme d'ailleurs

$$\Delta(\log D) = 0{,}4343\,\frac{\Delta D}{D},$$

on peut écrire

$$\frac{\Delta x}{x} = 0{,}4343\,\frac{\frac{\Delta D_1}{D_1} + \frac{\Delta D_2}{D_2}}{\log D_1 - \log D_2}$$

et, si l'on suppose l'erreur absolue ΔD sur les densités indépendante de D

$$\frac{\Delta x}{x} = 0{,}4343\,\frac{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}}{\log D_1 - \log D_2}.\Delta D. \quad (5)$$

Prenons, par exemple, les deux points extrêmes des mesures d'Alta-Vista : $\lambda_1 = 0{,}430\ \mu$, $\lambda_2 = 0{,}679\ \mu$; les densités D_1 et D_2 étaient respectivement, le 12 mai, 0,0852 et 0,0156. La formule (6) donne

$$\frac{\Delta x}{x} = 45\,\Delta D.$$

Avec $D = 0{,}004$, on a

$$\frac{\Delta x}{x} = 0{,}18$$

et si $x = 4$,

$$\Delta x = 0{,}72.$$

Cette imprécision résulte du fait que les erreurs relatives sur les densités interviennent dans la relation (5); or, elles sont toujours grandes, surtout dans le rouge, en raison de la petitesse des densités.

Il est intéressant de remarquer que, si l'on admet la loi en λ^{-4}, la pente B de la droite

$$D = A + B\lambda^{-4} \quad (1')$$

peut être déterminée avec une précision notablement plus grande. On a alors

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta D_1 + \Delta D_2}{D_1 - D_2} = 2\,\frac{\Delta D}{D_1 - D_2};$$

soit, avec les deux longueurs d'onde de l'exemple précédent

$$\frac{\Delta B}{B} = 29\,\Delta D.$$

Si $D = 0{,}004$,

$$\frac{\Delta B}{B} = 0{,}116.$$

Dans les deux cas, la précision est accrue si l'on choisit un point situé plus loin vers le violet. Si l'on déplace l'autre point vers le rouge, l'erreur commise sur la constante B diminue encore, mais il n'en est pas forcément de même de l'erreur commise sur x. Ainsi, en prenant $\lambda_1 = 0{,}37\ \mu$, $\lambda_2 = 1{,}00\ \mu$, $D_1 = 0{,}150$, $D_2 = 0{,}005$, on trouve, lorsqu'on cherche à déterminer la constante B de la relation (1'),

$$\frac{\Delta B}{B} = 14\,\Delta D,$$

et lorsqu'on cherche à déterminer la constante x de la relation (4) (avec $A = 0$)

$$\frac{\Delta x}{x} = 38\,\Delta D.$$

Le fait de construire les droites (1') ou (4) avec un plus grand nombre de points permet évidemment de réduire les erreurs relatives sur B ou sur x, sans changer le sens des résultats précédents. Il est donc plus avantageux de chercher à vérifier les lois de la diffusion moléculaire comme on le fait habituellement, en comparant à la valeur théorique la pente de la droite en λ^{-4}, plutôt qu'en cherchant à déterminer directement l'exposant x.

7. Essai de détermination de l'exposant x. Application aux mesures d'Alta-Vista. — Cependant, comme la loi en λ^{-4} ne semble avoir fait l'objet d'aucune vérification directe au laboratoire, du moins dans le cas de la diffusion par les gaz, il peut être intéressant de rechercher dans quelle mesure elle est vérifiée par les observations relatives à l'absorption atmosphérique.

Pour tenir compte de la dispersion de l'air [3], nous substituerons dorénavant à la relation (3), la relation

$$D'_\lambda = A + B'(\mu_0^2 - 1)^2\lambda^x, \quad (3')$$

de sorte que la formule (4) s'écrira

$$\log(D_\lambda - A) - 2\log(\mu_0^2 - 1) = x\log\lambda + \log B' \quad (4')$$

et nous pourrons déterminer la constante x, en même temps que B', en portant en abscisses log λ, en ordonnées $\log(D_\lambda - A) - 2\log(\mu_0^2 - 1)$. Pour des raisons de commodité, λ étant exprimé en microns,

[3] Dans le cas des mesures de Müller et Kron, nous avions montré, Tien Kiu et moi, que l'intervalle spectral était assez réduit pour qu'on puisse négliger la dispersion. Cependant, M. Duclaux prétend que nous avons commis ainsi une erreur sur n_0. Au lieu de $n_0 = 2{,}74.10^{19}$, nous aurions dû, selon lui, trouver, avec les moyennes d'Alta-Vista, $2{,}58.10^{19}$, en tenant compte de la dispersion. Il est pourtant évident que la correction de dispersion agit en sens inverse et tend à augmenter n_0. Au surplus, elle est bien négligeable, car le calcul refait avec les mêmes nombres, compte tenu de la dispersion, me donne $(2{,}79 \pm 0{,}19).10^{19}$.

nous porterons plutôt en ordonnées la quantité

$$y = \log(D_\lambda - A) - 2\log[(\mu_0^2 - 1).10^4].$$

Chaque mesure de la densité optique nous donnera ainsi une équation de condition de la forme

$$y = x\log\lambda + \log B'', \qquad (7)$$

avec $$B'' = 4B'.10^{-8},$$

et nous déterminerons simultanément les constantes x et B'' par la méthode des moindres carrés.

Il est naturel d'admettre que l'erreur absolue ΔD est indépendante de la densité D; l'erreur à craindre sur $\log D_\lambda$ et approximativement sur $\log(D_\lambda - A)$ est alors inversement proportionnelle à D. Il faudra donc donner à chaque équation de condition un poids proportionnel à la densité optique. J'ai adopté comme poids $P = 10\,D$, de sorte que l'unité de poids correspond à la densité optique $D = 0{,}1$.

Cette méthode exige que la constante A puisse être déterminée d'une manière indépendante. Lorsque les mesures s'étendent assez loin vers les grandes longueurs d'onde, il est facile d'obtenir A par extrapolation, sans rien préjuger de la valeur de x. A cet effet, il suffit de porter en abscisses λ^{-1}, en ordonnées les densités relatives aux grandes longueurs d'onde (par exemple supérieures à 0,7 μ) et de prolonger jusqu'à sa rencontre avec l'axe des abscisses la courbe d'allure hyperbolique ainsi tracée. L'extrapolation des droites en λ^{-4} est certainement plus sûre, mais nous nous interdisons actuellement de faire intervenir l'exposant — 4.

Les mesures d'Alta-Vista ne s'étendent pas assez loin vers le rouge pour que nous puissions procéder ainsi. Nous commencerons donc par supposer nulle la constante A. Nous obtiendrons ainsi une limite inférieure de l'exposant x, d'autant plus faible que la constante A sera en réalité plus grande.

Tableau III.

	N (¹).	Région spectrale mμ.	1ʳᵉ approximation $A = 0$.			2ᵉ approximation $A \neq 0$.			
			x.	$\log B''$.	E (²).	A.	x.	$\log B''$.	E (²).
Alta-Vista, moyenne.....	6	430- 679	-3,050±0,227	-3,140±0,076	±0,019	(0,0084)	(-3,941±0,236)	(-3,502±0,079)	(±0,020)
» 12 mai.......	6	430- 679	-3,876±0,185	-3,425±0,062	±0,014	(0,0022)	(-3,912±0,197)	(-3,455±0,066)	(±0,015)
Mont-Wilson, 1910-1911..	6	384- 475	-3,758±0,118	-3,354±0,045	±0,0089	0,0040	-3,928±0,118	-3,436±0,045	±0,0086
	15	384-1459				0,0040	-4,088±0,110	-3,499±0,041	±0,0066
Montezuma, 6 mai 1926 ..	3	349- 450	-3,855±0,087	-3,390±0,037	±0,0075	0,0062	-4,023±0,076	-3,481±0,032	±0,0066
	6	349- 977				0,0062	-3,894±0,071	-3,425±0,028	±0,0155
» 30 oct. 1930.	3	349- 450	-3,741±0,011	-3,361±0,005	±0,0009	0,0030	-3,835±0,041	-3,410±0,017	±0,0034
	8	349-1593				0,0030	-3,918±0,177	-3,443±0,072	±0,0335
» avril 1923 ...	7	349-1214				Variable	-3,990±0,080	-3,482±0,033	±0,0133

(¹) N = nombre de radiations utilisées. — (²) E = erreur moyenne de l'unité de poids ($D = 0{,}10$).

Les calculs ont été faits en utilisant les six radiations 0,430, 0,443, 0,457, 0,477, 0,499 et 0,679 μ, en prenant tour à tour les densités correspondant à la moyenne des mesures et les densités mesurées le 12 mai. Les résultats sont donnés dans les deux premières lignes du Tableau III (partie gauche, première approximation, $A = 0$). Tandis que la moyenne des mesures conduit à $x = 3{,}050 \pm 0{,}227$, les mesures du 12 mai donnent $x = 3{,}876 \pm 0{,}185$. Il y a tout lieu de croire que la transparence, plus grande le 12, mai résultait d'une moindre absorption par la brume. Le nombre x déterminé ce jour-là serait donc plus voisin de la valeur vraie. Ainsi, l'examen rationnel des mesures d'Alta-Vista conduit à une présomption favorable à la loi en λ^{-4} (⁴).

(⁴) Effectivement, les constantes A déterminées au moyen des droites en λ^{-4} sont respectivement 0,0084 pour la moyenne des mesures et 0,0022 pour le 12 mai (Tableau I). En adoptant ces nombres, on obtient les valeurs de x inscrites entre parenthèses dans la partie droite du Tableau III.

8. **Application aux mesures de la Smithsonian Institution au Mont-Wilson, en 1910-1911.** — Les mesures spectrobolométriques faites par Abbot, Fowle et leurs collaborateurs présentent l'avantage de s'étendre bien plus loin que les mesures visuelles du côté des courtes longueurs d'onde, ce qui réduit l'incertitude sur x, et aussi du côté des grandes longueurs d'onde, ce qui permet de déterminer facilement la constante A.

La moyenne des observations du Mont-Wilson en 1910-1911 [12] a déjà été utilisée à plusieurs reprises pour la vérification des lois de la diffusion moléculaire. Ces observations offrent l'avantage de fournir un grand nombre de points entre 0,384 μ et 1,459 μ. Elles ont été corrigées par Fowle de l'absorption produite par la vapeur d'eau, et l'on a admis précédemment qu'elles ne montraient pas l'existence d'une absorption neutre superposée à la diffusion moléculaire [2]. On supposera donc d'abord que $A = 0$.

Or, si nous considérons le graphique construit en portant en abscisses log λ, en ordonnées y, nous voyons qu'il est bien possible de faire passer une droite par les six points situés du côté violet des bandes de Chappuis, mais non par l'ensemble des points. La relation (4′) n'est donc pas vérifiée dans

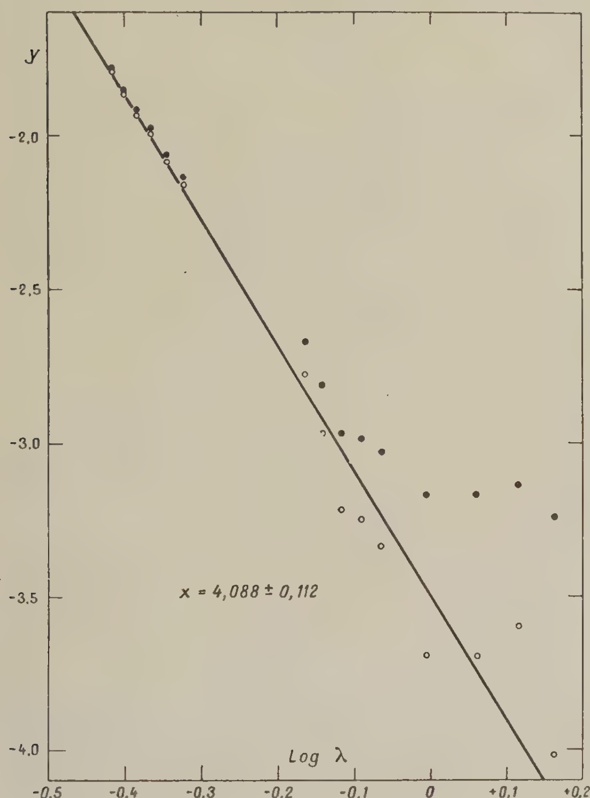


Fig. 2. — Moyenne des mesures du Mont Wilson en 1910-1911. En abscisses, log λ; en ordonnées, $y = \log(D_\lambda - A) - 2 \log [(\mu_0 - 1).10^4]$. ● 1re approximation : A = 0; ○ 2e approximation : A = 0,0040.

tout le domaine spectral 0,384 — 1,495 μ quand on y fait $A = 0$. La droite construite en première approximation à l'aide des six points correspondant aux petites longueurs d'onde donne la limite inférieure $x = 3{,}758 \pm 0{,}118$.

Mais le graphique $D = f(\lambda^{-1})$, construit pour les longueurs d'onde supérieures à 0,7 μ (*fig.* 3, courbe *a*), montre qu'il subsisterait une faible absorption pour $\lambda^{-1} = 0$. On pourra, en seconde approximation, faire dans la formule (7) $A = 0{,}0040$. Le nouveau graphique $y = f(\log \lambda)$ (*fig.* 2) permet de faire passer une droite par l'ensemble des points. La grande dispersion des points situés dans l'infrarouge n'a rien de surprenant, vu la petitesse des densités. Si l'on se limite encore aux 6 points situés du côté violet de la région d'absorption sélective de l'ozone, on trouve $x = 3{,}928 \pm 0{,}118$, tandis qu'en utilisant les 15 points situés hors des bandes de Chappuis, on trouve $x = 4{,}088 \pm 0{,}110$ (Tableau III, partie droite, $A \neq 0$).

La loi en λ^{-4} est donc bien vérifiée.

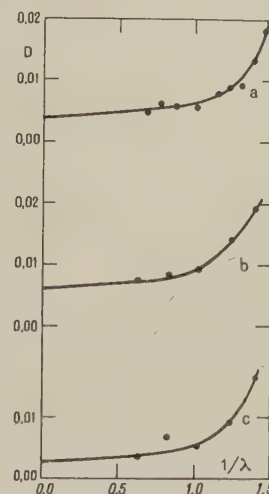


Fig. 3. — Détermination de la constante A par extrapolation des courbes $D = f(\lambda^{-1})$.

a, moyennes des mesures du Mont Wilson en 1910-1911; *b*, mesures du 6 mai 1926 à Montezuma; *c*, mesures du 30 octobre 1930 à Montezuma.

9. **Application aux mesures de la Smithsonian Institution à Montezuma de 1920 à 1930.** — Les mesures faites de 1920 à 1930 par la Smithsonian Institution à Montezuma (altitude 2711 m [13] qui ont été récemment interprétées par Tien Kiu [5] sont encore plus précises que les précédentes et n'ont pas subi de correction de vapeur d'eau. Elles s'étendent le plus loin possible vers l'ultraviolet (jusqu'à 0,349 μ; au delà l'absorption par l'ozone serait importante), mais le nombre des radiations étudiées est plus restreint. On dispose au total de 10 points : 0,349, 0,395, 0,450, 0,499, 0,621, 0,714, 0,803, 0,977, 1,214 et 1,593 μ. La radiation 0,621 μ fortement absorbée par l'ozone et la radiation 0,499 μ, pour laquelle cette absorption est encore sensible, seront éliminées. Les droites seront donc construites au maximum avec 8 points; encore pourra-t-il être avantageux dans certains cas d'éliminer soit la radiation extrême, soit les deux radiations extrêmes de l'infrarouge, pour lesquelles l'erreur relative sur la densité prend une valeur énorme.

Les figures 4 et 5 montrent les graphiques $y = f(\log \lambda)$ construits pour deux bonnes journées d'observation, celles du 6 mai 1926 et du 30 octobre 1930. Il est visible que les points correspondant aux radiations de grande longueur d'onde ne peuvent pas s'aligner sur une droite quand on suppose $A = 0$. Au contraire, la représentation linéaire devient possible quand on retranche des densités la constante A déterminée indépendamment au moyen des graphiques $D = f(\lambda^{-1})$ reproduits figure 3 (courbes *b*

et c). Les résultats des calculs numériques sont contenus dans le Tableau III, en première approximation ($A = 0$), on ne peut utiliser que 3 points au tracé des droites et les valeurs trouvées ainsi pour x sont comprises entre — 3,75 et — 3,85. En seconde approximation ($A \neq 0$), soit avec les 3 mêmes points, soit avec 6 ou 8 points, elles s'échelonnent entre —3,83 et — 4,02.

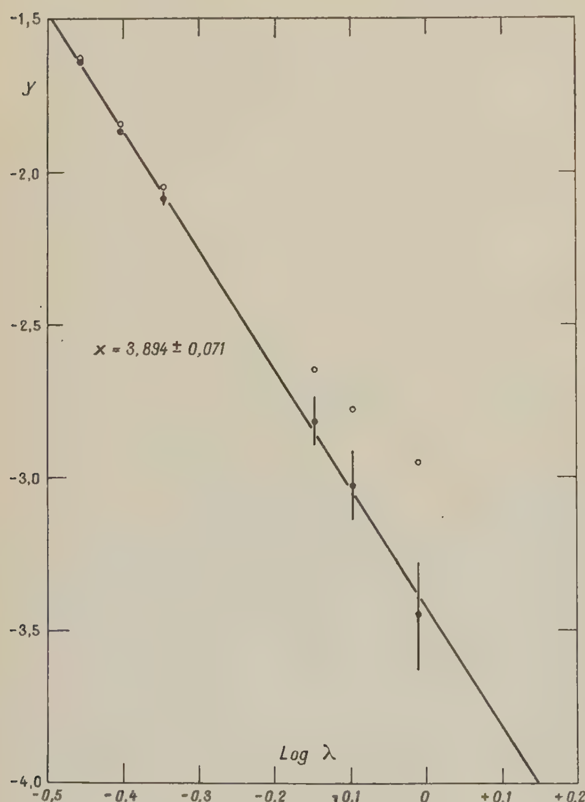


Fig. 4. — Mesures du 6 mai 1926 à Montezuma.

En abscisses log λ, en ordonnées y. ○ 1re approximation : A = 0; ● 2e approximation : A = 0,0062. Les traits verticaux représentent les erreurs moyennes sur chaque point.

Pour réduire les erreurs relatives sur les densités qui sont très grandes dans l'infrarouge, il est avantageux de disposer de la moyenne d'un certain nombre de bonnes mesures. J'ai choisi les observations du mois de mai 1923, qui sont particulièrement nombreuses et particulièrement bonnes. Sur 20 journées d'observation, en effet, 14 sont considérées comme « very good » par les observateurs. Je me suis limité à ces 14 séries. Pour chaque journée d'observation, j'ai déterminé A en extrapolant la courbe $D = f(\lambda^{-1})$; j'ai retranché de toutes les densités d'une même série de mesures la valeur de A correspondante. Enfin, j'ai pris, pour chaque radiation, la moyenne des valeurs journalières de $D_\lambda - A$.

J'ai obtenu ainsi les nombres ci-dessous :

λ(μ).	$D_\lambda - A$.	λ(μ).	$D_\lambda - A$.
0,349	0,1959	0,803	0,00574
0,395	0,1203	0,977	0,00246
0,450	0,0727	1,214	0,00094
0,714	0,0119	1,593	0,00161

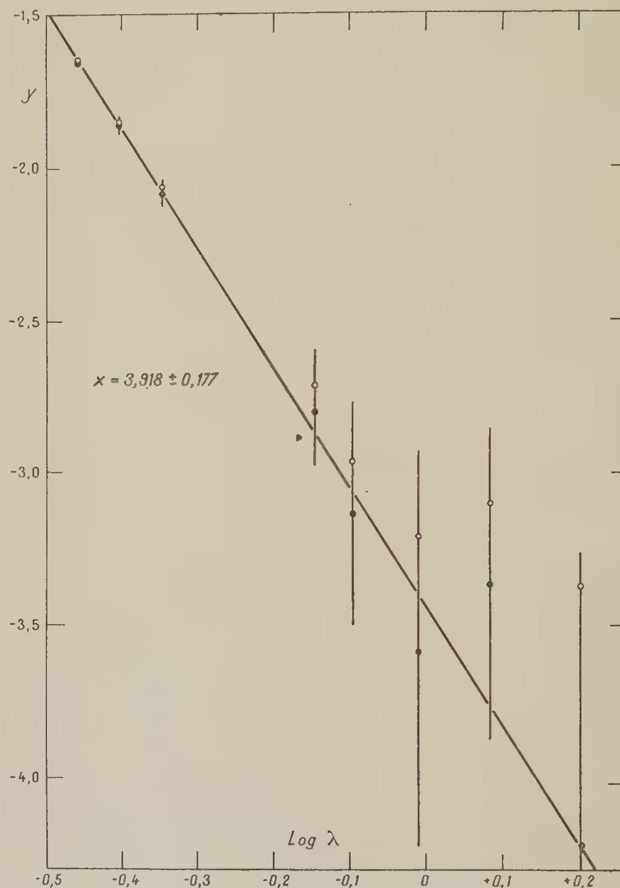


Fig. 5. — Mesures du 30 octobre 1930 à Montezuma.

En abscisses log λ, en ordonnées y. ○ 1re approximation : A = 0; ● 2e approximation : A = 0,0030. Les traits verticaux liés aux points ● représentent les erreurs moyennes.

La dernière radiation, donnant systématiquement une densité plus forte que la précédente, a été éliminée et j'ai déterminé les constantes x et log B'' avec 7 équations (dernière ligne du Tableau III). J'ai trouvé ainsi

$$x = -3,990 \pm 0,080.$$

L'exposant x est cette fois assez voisin de 4 pour qu'il soit intéressant de chercher à tirer de la valeur de la constante B'' le nombre n_0 des molécules contenues dans 1 cm³ de gaz pris dans les conditions normales. On obtient

$$n_0 = (2,66 \pm 0,19).10^{19}.$$

On sait, du reste, que ce nombre doit être un peu trop petit, puisque les mesures se rapportent à une

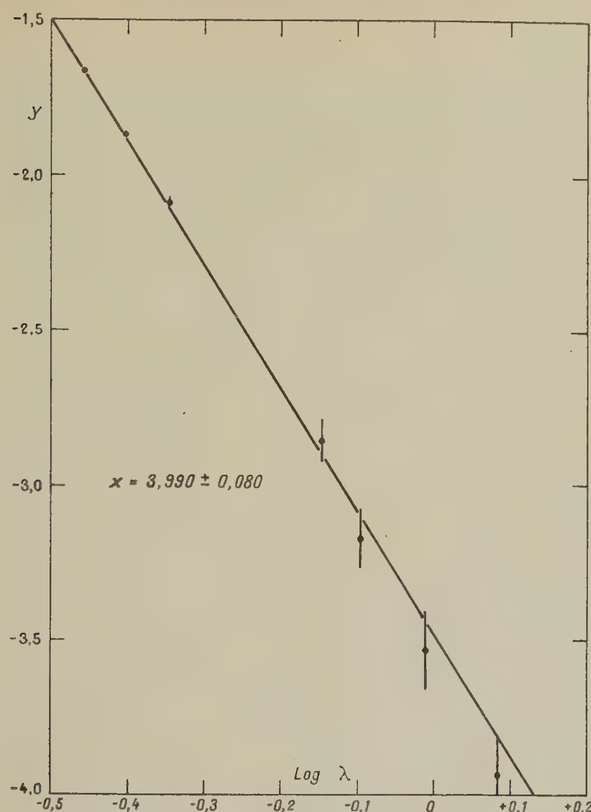


Fig. 6. — Moyenne des mesures de mai 1923 à Montezuma. En abscisses log λ, en ordonnées y. Les traits verticaux représentent les erreurs moyennes sur chaque point.

atmosphère humide et que, par suite, la constante B'' est un peu trop grande.

10. **Conclusions.** — Ainsi la loi en λ^{-4} à laquelle s'attaquait particulièrement M. Duclaux est vérifiée avec toute la précision qu'on peut attendre des observations. D'autre part, comme on le savait déjà, l'application de la formule de Rayleigh-Cabannes aux mesures de l'absorption atmosphérique conduit à une valeur tout à fait acceptable pour le nombre d'Avogadro. La diffusion moléculaire est donc bien le phénomène essentiel de l'absorption atmosphérique. M. Duclaux considère « dès maintenant comme acquise » la conclusion suivante : « La formule de Rayleigh ne peut servir de guide pour l'étude de l'atmosphère *réelle.* » Nous considérons, au contraire, comme depuis longtemps déjà et définitivement acquise la conclusion que cette formule est le seul guide utilisable pour l'étude de l'absorption atmosphérique.

A la diffusion moléculaire se superpose, il est vrai, dans plusieurs régions spectrales, l'absorption sélective de certains gaz, principalement de l'ozone. M. Duclaux écrit : « Pour l'avenir, il est certain que ce n'est pas avec des formules qu'on résoudra la question de la transparence atmosphérique. Toutes ces formules ignorent les causes d'absorption sélective qui sont nombreuses et que l'on commence seulement à connaître. C'est seulement quand on saura faire les corrections correspondantes que l'on pourra chercher la loi de l'absorption résiduelle, non sélective. » Mais cette « absorption résiduelle » constitue, dans presque toute l'étendue du spectre, le phénomène le plus important. M. Duclaux voudrait cependant qu'on étudie d'abord l'absorption sélective qui, sauf dans l'extrême ultraviolet solaire et quelques régions de l'infrarouge, ne représente qu'une faible partie de l'absorption totale; il voudrait que l'on sache doser les gaz absorbants avant de commencer l'étude de l'absorption générale, non sélective. Une telle méthode serait entièrement déraisonnable. C'est tout au contraire la connaissance des lois de l'absorption générale qui permet de mesurer l'absorption sélective et, par suite, de doser les gaz absorbants. La méthode a fait ses preuves en ce qui concerne l'absorption par l'ozone dans le spectre visible. Il est à peine besoin de rappeler les nombreuses déterminations de la quantité d'ozone contenues dans l'atmosphère (visuelles-photographiques ou thermoélectriques) auxquelles a conduit la considération des droites en λ^{-4} introduite par Cabannes. C'est donc en toute confiance que nous pourrons revenir à ces prétendues « méthodes de facilité » qui nous ont déjà servi et qui se sont montrées fécondes.

Manuscrit reçu le 15 décembre 1939.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] F. Link et M. Hugon, *Revue d'Optique*, 1930, 9, p. 156.
[2] J. Cabannes et J. Dufay, *J. de Physique*, 1926, 7, p. 257.
[3] J. Cabannes et J. Dufay, *J. de Physique*, 1927, 8, p. 353.
[4] J. Dufay et Tien Kiu, *J. de Physique*, 1936, 7, p. 198; *Public. Obs. Lyon*, 1, n° 17.
[5] Tien Kiu, *J. de Phys.*, 1938, 9, p. 297; *Public. Obs. Lyon*, 2, n° 8, p. 241.
[6] J. Duclaux, *C. R. Acad. Sc.*, 1934, 199, p. 1328.
[7] J. Duclaux, *Réunions Institut d'Optique*, 1931, 2, p. 37.
[8] J. Duclaux, *J. de Physique*, 1935, 6, p. 323 et 401.
[9] J. Duclaux, *J. de Physique*, 1939, 10, p. 367.
[10] Mme A. Vassy, *C. R. Acad. Sc.*, 1938, 206, p. 1638.
[11] G. Müller, *Publik. Astroph. Obs. Postdam*, 1912, 22, n° 64, p. 1.
[12] F. E. Fowle, *Astroph. Journ.*, 1914, 40, p. 435.
[13] C. G. Abbot, L. B. Aldrich et F. E. Fowle, *Annals Astroph. Obs. Smithsonian Institution*, 1932, 5, p. 168.

OBTENTION DE SPECTRES DE MÉTAUX PAR RENCONTRE D'ONDES DE CHOC

Par H. MURAOUR,
Laboratoire Central des Poudres

et A. MICHEL-LÉVY,
Faculté des Sciences.

Sommaire. — On montre, dans cette Note, la possibilité d'obtenir des spectres de différents types (spectres d'étincelle, spectres d'arc, avec ou sans raies en absorption, spectres continus), par une méthode purement thermique, en utilisant les températures extraordinairement élevées qui règnent au sein d'une onde de choc créée dans le milieu environnant par la détonation d'un explosif très brisant.

On indique l'intérêt que peuvent présenter les faits observés pour l'explication de certains phénomènes cosmiques.

Les méthodes utilisées pour la production des spectres peuvent être classées en deux grandes catégories :

1° Les méthodes ne faisant appel qu'à des phénomènes thermiques, fours King ou flammes (dans ce dernier cas des phénomènes de chimie luminescence peuvent également intervenir);

2° Les méthodes utilisant des phénomènes électriques : arc, étincelle, excitation de gaz ou de vapeurs sous faible pression, fil éclaté d'Anderson, etc.

Les méthodes thermiques ne permettent guère d'obtenir que les spectres des atomes non ionisés; certains spectres, comme ceux du mercure, ne peuvent même être obtenus par ces méthodes. Les méthodes du second groupe permettent d'obtenir soit les spectres des atomes neutres ou faiblement ionisés (arc) soit des atomes une ou plusieurs fois ionisés.

Au cours d'une étude exécutée en vue de rechercher l'origine des fortes luminosités qui accompagnent la détonation des explosifs brisants (1), nous avons montré la possibilité d'obtenir des spectres de métaux par une nouvelle méthode consistant, en principe, à provoquer la rencontre de deux ondes de choc au sein d'un gaz de faible chaleur spécifique et de forte densité (argon par exemple), dans lequel le métal ou une de ses combinaisons a été préalablement mis en suspension.

L'appareil utilisé est représenté schématiquement figure 1 (photographie de l'appareil figure 2).

Un cylindre de cellophane B relie le bloc métallique A à un autre bloc également métallique C creusé d'une cavité conique qui se termine par un tube D. La distance entre les deux blocs métalliques est de 80 mm (2).

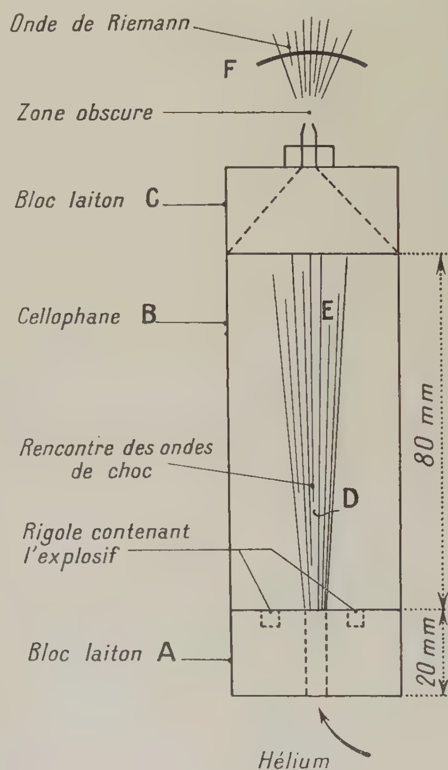


Fig. 1.

L'explosif que l'on introduit dans la rigole doit être à la fois très brisant et très sensible à l'amorce. Nous utilisons le plus souvent 0,4 cm³ d'un explosif liquide constitué par un mélange à combustion complète de tétranitrométhane et de toluène. Nous avons également obtenu de bons résultats avec

(1) Les luminosités qui accompagnent la détonation des explosifs brisants n'ont pas pour origine, comme on l'avait cru jusqu'ici, les gaz émis par l'explosif, mais le gaz environnant rendu lumineux par le passage de l'onde de choc. Si l'explosif donne naissance en se décomposant à des gaz combustibles, CO et H_2, il se produit ultérieurement au contact de l'air, une flamme, mais cette flamme est tout à fait distincte de la luminosité de détonation, elle disparaît si le tir est exécuté en atmosphère inerte.

(2) Le cône est à 45° le tube qui prolonge la pointe du cône a 20 mm de longueur et 8 mm de diamètre. La rainure circulaire contenant l'explosif a 2,5 mm de largeur et 3 mm de profondeur; son diamètre est de 30 mm.

l'hexogène (dérivé nitré de l'hexaméthylène tétramine) et avec la tétranitropentaérythrite. Les autres explosifs essayés (acide picrique, nitroglycérine, fulminate de mercure, azoture de plomb) se sont montrés ou trop peu sensibles à l'amorce ou de trop faible brisance.

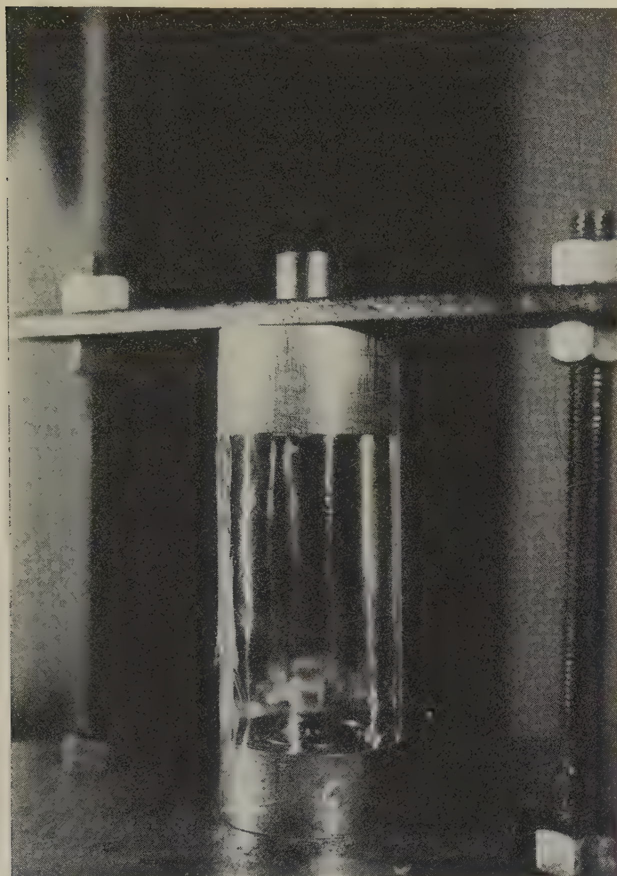


Fig. 2.



Fig. 3.

L'amorce était constituée par quelques milligrammes du perchlorate du diazo de métanitraniline posé sur un pont de papier et enflammé par fil rougi.

Le bloc A est percé en son centre d'un trou cylindrique permettant l'introduction de l'argon ou d'un autre gaz dans le cylindre de cellophane.

Au moment de la détonation les deux ondes de choc, créées dans le gaz qui remplit le cylindre de cellophane par la détonation de l'explosif, se rencontrent à l'opposé de l'amorce (elles se rencontrent également au centre du bloc) en donnant naissance à un phénomène lumineux dont l'intensité dépend essentiellement de la nature du gaz utilisé. Nous reproduisons ici les photographies obtenues en faisant détoner dans l'obscurité, devant l'objectif ouvert à F. : 32 d'un appareil photographique, 0,4 cm³ du mélange tétranitrométhane + toluène : dans l'acide carbonique (*fig.* 3), dans l'hélium (*fig.* 4) et dans l'argon (*fig.* 5).

L'effet lumineux observé est d'autant plus intense que la chaleur spécifique moléculaire du gaz est plus faible et, à égalité de chaleur spécifique, que le poids moléculaire ou atomique du gaz est plus élevé. L'effet maximum devrait donc être obtenu dans le xénon.

Voici, à titre d'indication, les températures théoriquement atteintes dans une onde de choc se propageant à différentes vitesses dans l'argon :

(P_2, pression au front de l'onde ; P_1, pression dans le milieu *en avant* de l'onde.)

Rapport $\frac{P_2}{P_1}$.	Vitesse de l'onde, m : sec.	T abs. (°).
2	413	364
5	631	585
10	882	932
20	1240	1618
30	1515	2300
50	1950	3670
100	2760	7080
200	3900	13910
400	5510	27570
1000	8710	68500

Dans l'air et pour une pression dans l'onde de 500 kg : cm², la vitesse de l'onde est de 6000 m et la température de 12 000° K. Pour une pression de 1000 kg, la vitesse est de 8500 m et la température atteinte de 19 000° (*voir* A. Schmidt, *Mémorial de l'Artillerie française*, 1933, p. 685).

La vitesse de détonation du mélange tétranitro + toluène est d'environ 8000 m : sec. Près de la surface de l'explosif la vitesse de l'onde de choc qui se propage dans l'argon doit être du même ordre de grandeur, elle peut même être supérieure.

La température doit naturellement s'élever beaucoup à la rencontre de deux ondes ou au moment du choc de l'onde contre un obstacle. Il est important de noter que, dans les calculs, on ne tient pas compte de toutes les causes de déperdition d'énergie : ionisation, rayonnement, etc.



Fig. 4.

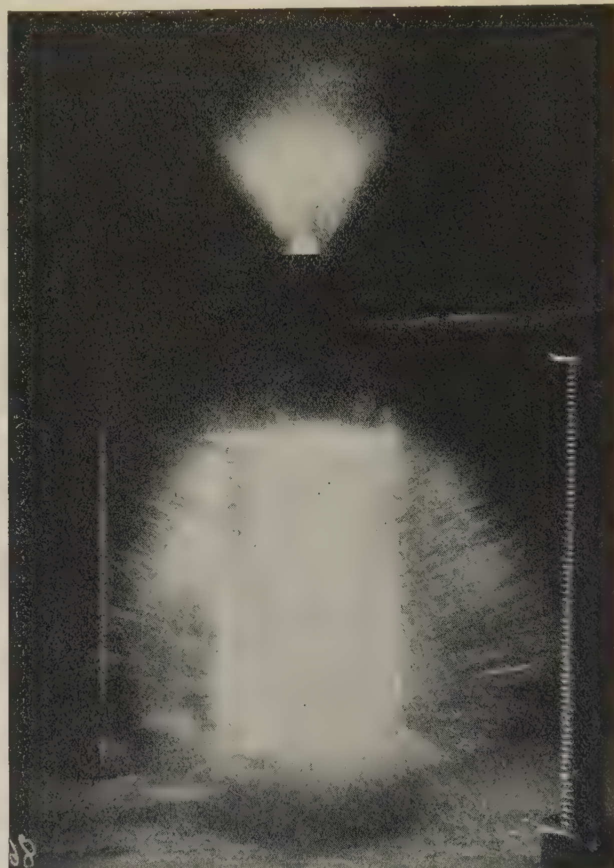


Fig. 5.

Dans l'argon l'intensité lumineuse dépasse plusieurs millions de bougies, la brillance étant supérieure à celle de la surface solaire. L'éclair lumineux est extrêmement bref, la durée du phénomène principal étant de l'ordre de 4 millioniėmes de seconde [3].

Si l'on vise avec un spectrographe à prisme de quartz le maximum de luminosité situé en D (*fig.* 1), on obtient, avec une seule détonation, c'est-à-dire avec une pause de 4 millionièmes de seconde, un spectre continu s'étendant dans l'ultraviolet jusqu'à l'absorption par la gélatine de la plaque. Ce spectre est très analogue à celui du tube à hydrogène. Dans l'hypothèse du « corps noir » il correspondrait à une température extrêmement élevée (de l'ordre de 30 000°).

(3) L'un de nous, dans une conférence faite à la Société Astronomique de France (*Bulletin de la Société Astronomique de France*, avril 1936, p. 153) a souligné l'analogie qui existe entre les luminosités d'onde de choc et les puissantes luminosités observées au moment où les bolides pénètrent profondément dans l'atmosphère. Sur les températures qui peuvent théoriquement être atteintes dans les ondes de choc de projectile se propageant à très grande vitesse et sur la réponse à quelques objections formulées à ce sujet : voir *Mémorial de l'Artillerie française*, 1937, fasc. I, p. 17, article du Colonel Gabaud. On peut se demander si les luminosités d'onde de choc ne jouent pas un rôle important dans d'autres phénomènes astronomiques (éruptions à la surface solaire ou novæ). Vu l'intensité exceptionnelle de ces phénomènes explosifs ces ondes pourraient atteindre des vitesses extrêmement considérables avec émission intense dans l'ultraviolet. Bien que la propagation de l'onde ne soit pas accompagnée d'un déplacement réel de toute la masse gazeuse, ce déplacement n'en doit pas moins se traduire par un effet Döppler intense.

L'étude de la répartition énergétique dans ce spectre est actuellement exécutée par M. Vassy. Si l'argon a été préalablement chargé de vapeur ou poussière métallique, on obtient encore un spectre continu, mais des raies apparaissent dans la partie ultraviolette du spectre. Pour affaiblir le fond continu et obtenir un spectre de raies il est nécessaire de viser un point situé au-dessus du maximum de luminosité, par exemple en E (*fig.* 1).

Sur les spectres ainsi obtenus on distingue des raies de l'atome métallique ionisé, en particulier pour le baryum, les raies 2304-2335-2348-2529-2635 de Ba^{I} (voir *C. R. Acad. Sc.*, 1936, 202, p. 949).

Le spectre du calcium se distingue par l'intensité particulière des raies du calcium ionisé, beaucoup plus intense que la raie 4226 du calcium non ionisé (voir *C. R. Acad. Sc.*, 1936, 203, p. 316) (*Nota.* — Sur la figure 1 de cette note *lire* Ca 5517-5543 *au lieu de* Ca 5588.)

Les spectres ainsi obtenus ne présentent jamais de raies en absorption.

Des spectres présentant à la fois en émission des raies d'étincelle et en absorption des raies fondamentales, spectres très analogues à ceux obtenus par Anderson par la méthode du « fil éclaté » (décharge d'un condensateur puissant dans un fil métallique fin), peuvent être obtenus en disposant une feuille métallique de quelques centièmes de millimètre d'épaisseur sur le bloc A à environ 1 mm de la surface de l'explosif. Le métal est ainsi pulvérisé dans l'atmosphère d'argon dont la présence est nécessaire pour obtenir avec une seule détonation une intensité lumineuse suffisante. On vise avec le spectrographe un point situé à environ 70 mm au-dessus de la feuille métallique.

Nous reproduisons (*fig.* 6) le spectre ainsi obtenu avec une feuille d'aluminium, les raies de l'aluminium non ionisé y apparaissent en absorption. On remarquera en émission la raie d'étincelle 2816. Des essais ont également été exécutés avec des feuilles de platine, d'argent, d'or, de palladium. Si l'on vise un point situé près de la feuille métallique à 20 mm environ, on n'obtient qu'un spectre continu présentant quelques raies en absorption. Si l'on vise un point situé à une plus grande distance de la lame métallique, le fond continu disparaît et l'on obtient un spectre de raies.

A la partie supérieure de l'appareil en F (*fig.* 1) s'échappe un jet gazeux dans lequel on observe, à la sortie du tube, une condensation lumineuse ([4]). Si l'on vise avec le spectrographe cette condensation lumineuse, le spectre enregistré, toujours avec une seule détonation ([5]), présente, outre un fond continu, de nombreuses raies qui apparaissent soit en absorption (raies fondamentales), soit en émission ([6]).

Le spectre ainsi obtenu est celui du métal utilisé à la confection du cône.

Il est évident que le jet gazeux s'échappant à grande vitesse érode légèrement la surface du métal. La condensation lumineuse se trouve ainsi entourée d'une gaine riche en atomes métalliques.

Quant au mécanisme même de l'excitation du spectre, il nous semble qu'on doit l'attribuer à une excitation par choc de seconde espèce entre les atomes d'argon excités et les atomes métalliques.

Ce même mécanisme est certainement à l'origine de tous les spectres métalliques obtenus dans l'argon. Il serait intéressant de rechercher si un tel mode d'excitation n'entraîne pas l'excitation privilégiée de certaines raies.

Si au lieu d'opérer avec une distance de 80 mm entre les deux blocs métalliques on opère avec une distance plus faible, 25 mm par exemple, le fond continu devient plus intense et sur ce fond continu on ne distingue plus que quelques raies en absorption. Le phénomène observé est donc le même que celui indiqué à propos des spectres obtenus avec lames métalliques.

Voici exprimées en Å et en supprimant les décimales, les longueurs d'onde des raies les plus intenses ([7]).

Cône en aluminium (*fig.* 9).

En absorption : 2263-2269; 2367-2373; 2568-2575; 2652-2660; 3082-3093; 3961-3944 (se confondant avec 3968 et 3934 Ca^{I}). Les raies de Al^{II} 2597-2631 et 2816 apparaissent parfois faiblement en émission sur les négatifs.

Cône en cuivre.

En absorption : 2263-2294; 2618, 3247-3274.

En émission : 2370-2599 (Cu^{II}) 2769-2824-2883-2961, il existe en outre une série de raies faibles en émission entre 2997 et 3140.

Cône en plomb.

En absorption : 2204; 2394; 2402, 2412, 2444; 2446; 2476; 2577; 2614; 2628; 2663; 2697; 2802, 2821; 2833, 2873; 3639, 3683; 4057.

En émission : 2697 Pb, 3016 Pb^{II} et 3280 Pb^{II} (faibles et douteuses), 3573 et 3739 diffuses. Ces

([4]) Sur la présence d'une onde de Riemann dans le jet lumineux, *voir* Jets gazeux à vitesse supersonique et luminosités de détonation, *Chimie et Industrie*, octobre 1939, Vol. **42**, n° **4**, p. 604.

([5]) La durée de cette luminosité, enregistrée sur tambour tournant, est d'environ 1/50 000e de sec.

([6]) L'absorption n'existe souvent que sur une partie de la hauteur totale et seulement au centre des raies qui sont élargies à leur base. Ces phénomènes ont évidemment pour origine l'existence de fortes différences de pressions. En général, on n'observe en absorption que les raies fondamentales (atome non ionisé), cependant, avec un cône de marbre, on observe en absorption les raies 3968 et 3934 et parfois les raies 3179 et 3159 du calcium ionisé.

([7]) Nous avons utilisé un spectrographe Hilger moyen à prisme de quartz. On retrouve, sur tous les spectres, les raies du calcium en particulier les raies H et K et la raie 2476 du carbone C^{II}. Les spectres d'étincelle de référence ont toujours été obtenus avec le même métal que celui utilisé à la confection des cônes.



Fig. 6 — *Pulvérisation d'une feuille d'aluminium dans l'argon. Fente du spectro. à 70 mm. au-dessus de la feuille métallique*. Référence : *spectre d'étincelle* Al

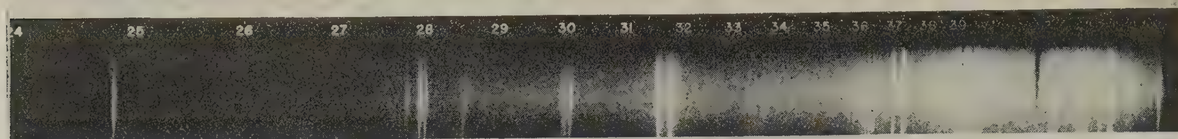


Fig. 7 — *Spectre à la sortie d'un cône de marbre.*

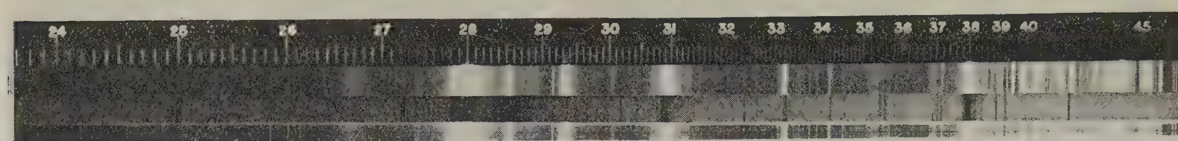


Fig. 8 — *Spectre à la sortie d'un cône de magnésium*. Référence : *spectre d'étincelle de* Mg



Fig. 9 — *Spectre à la sortie d'un cône d'aluminium*. Référence : *spectre d'étincelle de* Al

deux dernières raies apparaissent en absorption si le cône est disposé à 25 mm de hauteur.

Cône en marbre (*fig.* 7).

En absorption : 2398 Ca^{I}; 2852 Mg^{I} (plus faible que les raies de Mg^{II} et en absorption sur une partie de la hauteur seulement. 3159 et 3179 (ces deux raies n'apparaissent en absorption que si le cône est placé à 25 mm de hauteur). 3624 et 3645 Ca^{I}. 3934 et 3968 Ca^{II}; 4226 Ca^{I} (raie élargie à la base), 4289 Ca^{I}. 4425-4435-4455 (raie d'émission unique, large, deux raies d'absorption sur une partie de la hauteur).

En émission : 2780 et 2778 (Mg^{I}) raies floues avec une partie centrale fine et nette. 2795 et 2802 Mg^{II} 3000 et 3006 Ca^{I}, 3159 et 3179 Ca^{II} (en émission seulement si le cône est placé à 70 mm de hauteur. Dans ce cas, la partie centrale de 3179 est renversée sur une partie de la hauteur), 3706 et 3736 Ca^{II} (raies d'émission très fortes).

Cône en acier.

On obtient en émission un spectre du fer qui se prolonge jusqu'à 2300 Å. En faisant barboter l'argon dans le fer carbonyle chauffé à 40°, à peu près toutes les raies du fer apparaissent en absorption. Dans ce cas, le spectre disparaît rapidement au-dessous de 2700 Å, par suite de l'absorption des rayons ultraviolets par la vapeur de fer carbonyle.

En résumé, l'étude spectrale des luminosités qui accompagnent la détonation dans l'argon des explosifs brisants nous a jusqu'ici permis d'obtenir, par une méthode purement thermique (élévation de température par compression dans l'onde de choc), des spectres qui appartiennent à 4 types différents :

1. Spectre continu intense (*C. R. Acad. Sc.*, 1935, 201, p. 828).

2. Spectre de raies d'émission avec raies d'étincelle (*C. R. Acad. Sc.*, 1936, 202, p. 949; 1936, 203, p. 316).

3. En disposant une mince feuille métallique à 1 mm au-dessus de l'explosif : spectre continu avec raies d'absorption et d'émission (*C. R. Acad. Sc.*, 1937, 205, p. 1054).

4. En visant avec le spectrographe le jet gazeux qui s'échappe du cône métallique supérieur : spectres du type spectre d'arc avec un fond continu plus ou moins intense et de nombreuses raies en absorption.

Manuscrit reçu le 16 mars 1940.

SUR L'ÉMISSION SIMULTANÉE DE PARTICULES PAR LES CORPS DU DÉPÔT ACTIF DU THORON

Par Sergio de BENEDETTI.
Institut du Radium. Laboratoire Curie.

Sommaire. — J'ai étudié l'émission simultanée de particules par les corps du dépôt actif du thoron, à l'aide de deux compteurs à paroi très mince en coïncidence. Les particules émises simultanément peuvent se diviser en trois groupes :

1° Émissions simultanées de particules dont l'une est absorbée par 50 μ d'aluminium. Ce groupe est attribuable à l'émission des rayons β de la désintégration Th $C \rightarrow$ Th C', suivie, avec une période de 3.10^{-7} sec, par l'émission α de la désintégration du Th C';

2° Émissions simultanées dont les particules pénètrent 50 μ d'aluminium, mais dont une particule est absorbée par 100 μ d'aluminium. Ce groupe suit le Th B et est dû à la conversion interne des rayons γ qui donne lieu à la raie F du spectre β.

3° Émissions simultanées dont les particules pénètrent plus de 100 μ d'aluminium. Ce groupe suit le Th C'' et il est probablement lié à la création de paires d'électrons positifs et négatifs.

J'ai déterminé, pour les divers groupes, le nombre d'émissions simultanées par désintégration. Pour le second groupe, j'ai obtenu 0,22 électron de conversion interne par atome désintégré, et cela est en accord avec les données d'autres auteurs. Le nombre de paires produites par matérialisation interne serait 0,03 par atome de Th C'' désintégré, valeur beaucoup plus élevée que la théorie ne fait prévoir. Il paraît exclu que la différence entre l'expérience et la théorie soit attribuable à la matérialisation interne de l'énergie des rayons β.

Une mesure sur la distribution angulaire des rayons donnant lieu aux coïncidences, avec des sources de Th C'', a montré une faible dissymétrie qui, dans l'hypothèse que la plupart des coïncidences sont dues à la matérialisation, correspond à une probabilité plus grande pour la création des paires à petits angles d'ouverture, que pour la création des paires à grande ouverture, ce qui répond bien à la théorie de la matérialisation interne.

1. Introduction. — Les désintégrations radioactives laissent souvent les noyaux dans un état excité; la transition à l'état fondamental s'accomplit, dans un temps qu'on suppose généralement très court, avec émission d'un rayonnement γ. Ces rayons peuvent produire, dans l'atome même, l'émission d'un électron par effet photoélectrique, ou, si leur énergie est plus grande que 10^6 eV, la création d'une paire d'électrons, positif et négatif, émis en même temps dans des directions indépendantes par rapport à la direction de la particule de désintégration.

J'ai étudié ce phénomène, dans les corps du dépôt actif du thoron, par la méthode des coïncidences entre les décharges de deux compteurs de Geiger et Müller, disposés symétriquement par rapport aux sources employées. Cette méthode permet de compter les coïncidences dues à des particules émises dans un laps de temps plus court que le pouvoir de résolution de l'appareil enregistreur.

Il est utile de remarquer que les désintégrations dont la période est inférieure au pouvoir de résolution de l'appareil enregistreur donnent aussi lieu à des coïncidences et sont comptées comme des émissions simultanées.

Les électrons Compton, photoélectriques et de matérialisation engendrés à l'extérieur de l'atome radioactif, peuvent aussi produire des coïncidences, mais leur nombre est négligeable par rapport à l'effet étudié, dans les cas que nous avons examinés.

2. Dispositif expérimental. — J'ai employé des compteurs remplis de vapeurs organiques, de section extérieure rectangulaire (la forme intérieure du tube étant cylindrique comme d'habitude) et

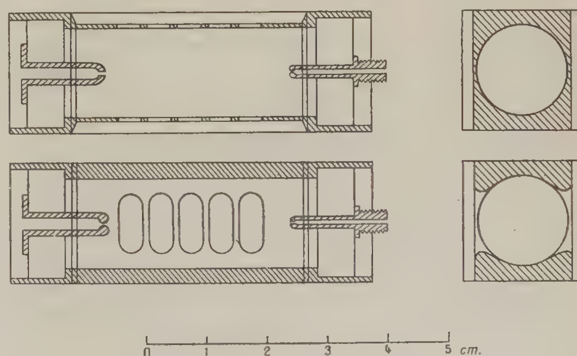


Fig. 1.

portant, sur deux faces opposées, deux séries de fenêtres couvertes par une feuille d'aluminium de 10 μ d'épaisseur (*fig.* 1); la forme particulière de ces compteurs simplifiait l'évaluation de l'angle solide utile et de l'absorption des parois.

L'amplificateur-sélecteur des coïncidences (schéma Rossi) comportait un seul étage de lampes, et les impulsions étaient comptées au moyen d'un thyra-

tron. La résistance de fuite des compteurs était de 10^7 ohms et le pouvoir de résolution de 3.10^{-5} sec. La linéarité du dispositif était contrôlée par la mesure de la décroissance des sources employées. L'appareil pouvait compter 200 coïncidences par minute, et le nombre de coups simples dans chaque compteur pouvait atteindre quelques milliers par minute sans fausser les résultats des mesures. Au cours des expériences, j'ai toujours évité de travailler près de la limite du bon fonctionnement de l'enregistreur.

Les sources étaient pratiquement ponctuelles; elles étaient comprises entre deux feuilles d'aluminium de 5 μ d'épaisseur.

La distance des axes des compteurs était de 2,5 cm. Quand la source se trouvait entre les compteurs, elle était à 5 mm des fenêtres de ceux-ci, et l'épaisseur de matière qu'un rayon devait traverser pour être enregistré était donc équivalent à 17,5 μ d'aluminium.

Le nombre des coïncidences fortuites était mesuré directement chaque fois, en plaçant deux sources égales à côté des compteurs, et un écran de plomb entre eux; de cette façon, le nombre des coups simples était le même qu'au cours de la mesure, bien que les coïncidences réelles fussent éliminées. Le nombre de fortuites, ainsi que le mouvement propre, a été toujours déduit des résultats exposés ci-dessous; la correction relative était beaucoup plus petite que l'effet étudié.

Les erreurs statistiques, représentées sur les figures et indiquées dans l'exposé des résultats expérimentaux, sont les erreurs moyennes.

3. **Absorption des rayons donnant lieu aux coïncidences.** — Les mesures d'absorption étaient faites avec deux écrans identiques de chaque côté de la source. La disposition de la source, des écrans et des compteurs est indiquée dans la figure 2. Les résultats expérimentaux relatifs au dépôt actif en équilibre, au ThC en équilibre, et au ThC'', sont représentés respectivement par les courbes des figures 2, 3, 4, où les valeurs portées en abscisses indiquent l'épaisseur de l'absorbant d'un seul côté de la source, et celles en ordonnées correspondent aux nombres de coïncidences, en unités arbitraires.

La courbe obtenue avec le dépôt actif en équilibre (*fig.* 2) présente une décroissance rapide jusqu'à 50 μ d'aluminium, et montre ensuite une décroissance beaucoup plus lente; la même courbe, tracée en échelle logarithmique, présente une allure complexe et ne paraît pas pouvoir se décomposer en somme d'exponentielles. Les erreurs statistiques relatives aux écrans plus épais sont relativement beaucoup plus petites que celles des premiers points expérimentaux, les mesures correspondantes ayant été répétées plus longuement. Une mesure faite avec un écran de 50 μ d'aluminium d'un seul côté de la source a montré que le nombre des coïncidences dans ces conditions est environ la moitié du nombre compté sans écrans.

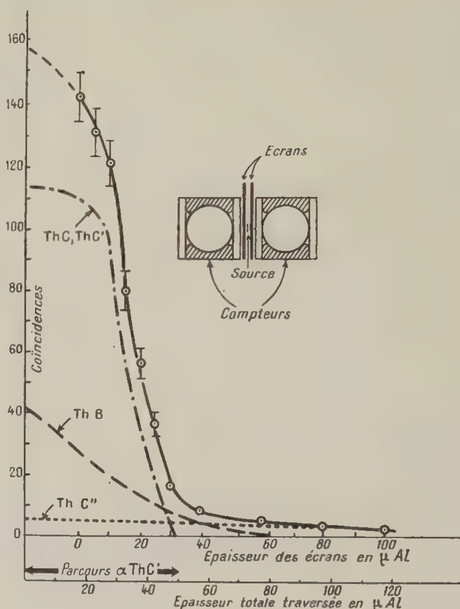


Fig. 2.

De ces observations, on peut déduire immédiatement que la plupart des coïncidences sont dues aux émissions simultanées d'une particule dont le parcours est d'environ 50 μ d'aluminium et d'un autre rayon beaucoup plus pénétrant.

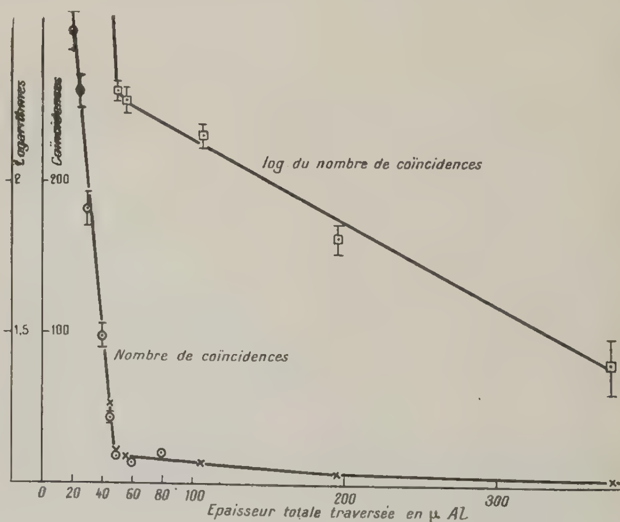


Fig. 3.

La courbe d'absorption de la figure 3 a été obtenue avec des sources de ThC en équilibre. Ces sources étaient préparées en immergeant une petite feuille

de nickel (5,5 mg/cm²) dans une solution faiblement chlorhydrique de Th*B* en équilibre.

Avec le Th*C* la courbe d'absorption montre un coude très brusque qui sépare nettement deux composantes différentes; l'une d'entre elles correspond aux émissions simultanées dont un rayon a un parcours de 50 μ d'aluminium, et l'autre présente une allure exponentielle et répond à une pénétration beaucoup plus grande.

Les sources de Th*C*″ employées pour les mesures de la figure 4 étaient préparées par recul à partir

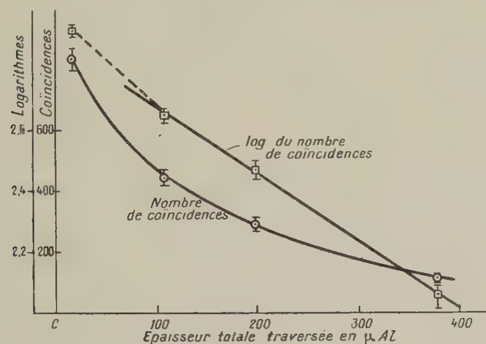


Fig. 4.

du dépôt actif; l'absorption était déterminée en faisant alterner rapidement les écrans, à cause de la courte vie moyenne de ce corps. A part une petite déviation possible au début, la courbe obtenue est une exponentielle dont le cœfficient d'absorption correspond à 51 ± 5 cm⁻¹ d'aluminium. Ce coefficient d'absorption est le même, dans la limite des erreurs statistiques, que celui de la composante plus dure des émissions simultanées observées avec le Th*C* en équilibre, et correspond aussi à l'absorption des coïncidences du dépôt actif en équilibre, après 100 μ d'aluminium.

Les émissions simultanées du dépôt actif en équilibre peuvent se diviser, d'après leur absorption, en trois groupes :

1° Émissions simultanées dont un rayon est absorbé par 50 μ d'aluminium (attribuable à la désintégration du Th*C* ou à celle du Th*C*′);

2° Émissions simultanées dont les rayons pénètrent 50 μ d'aluminium, et dont un rayon au moins est absorbé par 100 μ d'aluminium (désintégration du Th*B*);

3° Émissions simultanées dont les rayons pénètrent plus de 100 μ d'aluminium, et dont l'absorption correspond à un coefficient de 51 ± 5 cm⁻¹ d'aluminium (désintégration du Th*C*″).

4. Évolution dans le temps du nombre d'émissions simultanées. — Afin de vérifier la répartition en trois groupes distincts des émissions simultanées observées et de préciser à quelle désintégration ils étaient attribuables, j'ai étudié l'évolution dans le temps, soit du nombre d'émissions simultanées, soit du nombre des rayons β, avec des sources de Th*B*, Th*C* en équilibre et de Th*C*″.

Les sources de Th*B* initialement pur étaient préparées en recueillant ce corps par recul (à partir du thoron) pendant un temps de l'ordre de 1 min, temps court par rapport à la période du Th*C*. Le nombre de coïncidences était compté alternativement en plaçant la source entre les compteurs, avec des écrans de 40 et de 100 μ d'aluminium (épaisseur absorbante totale 57,5 et 117,5 μ d'aluminium), et en la mettant à côté des compteurs, de façon que ceux-ci pussent être traversés par un même rayon β. La figure 5 montre les conditions de l'expérience et les résultats obtenus au cours d'une série de mesures. (Les erreurs statistiques sont assez importantes, mais d'autres mesures analogues ont confirmé l'allure de ces courbes.)

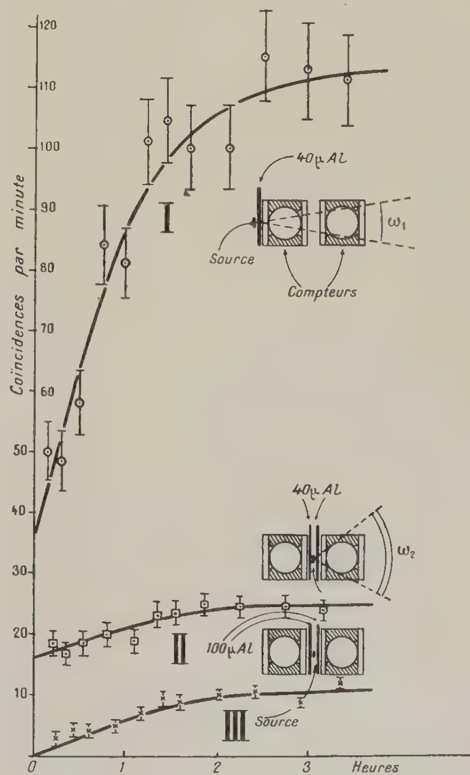


Fig. 5.

La courbe I de la figure 5 représente l'augmentation de l'intensité de la source mesurée en rayons β; cette augmentation correspond bien à celle à laquelle il faut s'attendre pour du Th*B* initialement pur, compte tenu du nombre des rayons β émis par les différents corps qui se forment, et de leur énergie. La courbe III part de la valeur zéro et cela s'accorde avec l'hypothèse que la désintégration du Th*B* ne

donne pas lieu à des émissions simultanées dont les rayons pénètrent 117,5 μ d'aluminium; la courbe II confirme l'attribution à cette même désintégration d'une partie des coïncidences entre rayons qui pénètrent plus de 50 μ d'aluminium. Les courbes II et III montrent enfin une augmentation correspondante à la formation des corps *C*, émetteurs des rayons simultanés les plus pénétrants.

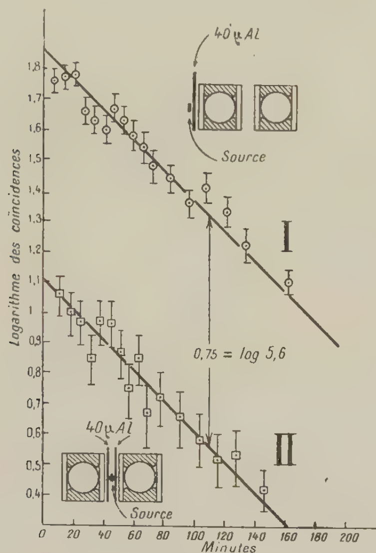


Fig. 6.

La décroissance du nombre d'électrons du Th*C* en équilibre et du Th*C*″ pur, ainsi que celle du nombre

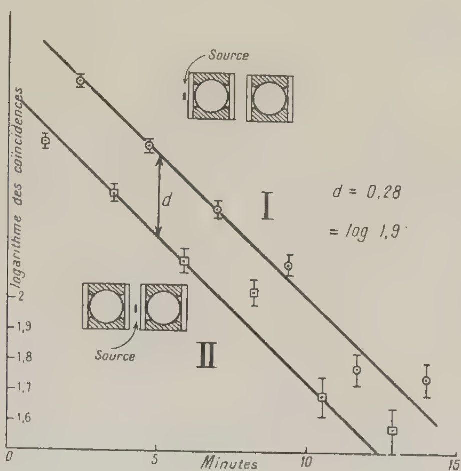


Fig. 7.

des émissions simultanées de ces corps, sont représentées en échelle logarithmique, sur les figures 6 et 7. L'allure de ces courbes correspond aux périodes connues. Le rapport entre le nombre d'électrons (mesurés par les coïncidences des deux compteurs traversés par le même rayon) et le nombre des émissions simultanées (mesurées par les coïncidences des deux compteurs quand la source se trouve entre eux) est de 1,9 pour le Th*C*″, et de 5,6 pour le Th*C* en équilibre, avec un absorbant de 57,5 μ d'aluminium, qui élimine le groupe le plus mou. Le rapport entre ces deux chiffres $\frac{1,9}{5,6} = 0,34$ est celui auquel il faut s'attendre d'après les rapports d'embranchement du Th*C*, dans l'hypothèse que toutes les émissions simultanées observées avec des sources de Th*C* en équilibre sont attribuables au Th*C*″. Le Th*C* et le Th*C*′ n'émettent donc pas de rayons simultanés en nombre comparable à celui qui est relatif au Th*C*″.

5. **Phénomènes donnant lieu aux émissions simultanées.** — Il apparaît naturel d'attribuer le premier groupe d'émissions simultanées à la désintégration β du Th*C*, suivie, avec une période de $3 . 10^{-7}$ sec [1], par l'émission α du Th*C*′, dont le parcours est 50 μ d'aluminium.

L'explication la plus simple des coïncidences du Th*B* et de la pénétration des rayons qui les engendrent est de les attribuer à la forte conversion interne qui donne lieu à la « raie F » (148 ekV) [2], laquelle est la raie la plus intense du spectre β du dépôt actif de thorium.

Nous allons supposer dans la suite comme hypothèse de travail que la plupart des émissions simultanées observées avec des sources de Th*C*″ sont à attribuer au phénomène de la production des paires d'électrons positifs et négatifs par la matérialisation interne des rayons γ de 2,6 MeV. En effet, les raies connues de conversion interne de ce corps, dont la plus intense (raie G) correspond à l'émission d'environ 0,02 électron de 190 ekV par désintégration [3], ne suffisent pas à rendre compte du nombre, ni de la pénétration des rayons simultanés observés. La possibilité d'une prolongation de la famille du thorium a été discutée [4], [5], mais il paraît impossible que la désintégration du Th*C*″ soit suivie par une autre transmutation β à courte période.

La courbe d'absorption de ces coïncidences présente, au delà de 100 μ d'aluminium, une allure exponentielle, et le coefficient d'absorption relatif (51 ± 5 cm^{-1} Al) est en accord avec l'hypothèse qu'il s'agit de matérialisation. Ce phénomène doit, en effet, donner lieu à l'émission simultanée d'un rayon β de désintégration (qui fait partie d'un spectre continu ayant un maximum d'énergie de 1,8 MeV), et des deux particules composant la paire (dont l'énergie s'étale entre 0 et 1,6 MeV).

(1) J. V. Dunworth, *Nature*, 1939, 144, p. 152.
(2) *Cf.*, par exemple, J. Surugue, *Thèses* (Paris, 1936).
(3) R. Arnoult, *Thèses* (Paris, 1939).
(4) S. Mayer, *Wien. Ber.*, 1936, 145, p. 577.
(5) J. Schintlmeister, *Wien. Ber.*, 1937, 147, p. 179.

Le coefficient d'absorption du spectre β continu du ThC'' est 22 cm^{-1} d'aluminium, et celui relatif aux positons et aux négatons doit être un peu plus grand. Il faut donc s'attendre à ce que la courbe du nombre des coïncidences entre deux particules d'une telle distribution énergétique, en fonction de l'épaisseur des écrans, présente un coefficient d'absorption un peu plus grand que le double de celui des rayons β du ThC'', comme la détermination expérimentale le montre; la décroissance plus rapide de la courbe d'absorption en deçà de 100 μ d'aluminium, quoiqu'elle puisse être attribuée aux erreurs statistiques, peut bien aussi être due à l'absorption de la raie de conversion.

Nous pouvons maintenant procéder à la décomposition de la courbe d'absorption des coïncidences, relative au dépôt actif en équilibre, en trois composantes qui répondent aux trois groupes mis en évidence. La courbe d'absorption a été déterminée expérimentalement pour les coïncidences du ThC'' et peut être facilement calculée pour celles du ThB, puisqu'on connaît l'absorption dans l'aluminium, soit pour la raie F (6), soit pour le spectre continu de ce corps (coefficient d'absorption égal à 153 cm^{-1} Al). Les rapports entre les nombres de coïncidences comptées avec deux écrans égaux des deux côtés de la source et le nombre compté sans écran, doit être égal au produit des coefficients de transmission, à travers un écran de même épaisseur, pour les électrons de la raie F et pour ceux du spectre continu.

Les courbes pointillées de la figure 2 résultent de la décomposition de la courbe des nombres des coïncidences du dépôt actif en équilibre en fonction de l'épaisseur des écrans, d'après les trois groupes d'émissions simultanées.

6. **Distribution angulaire des rayons émis en coïncidence par le** ThC''. — En l'état actuel de nos connaissances, il n'y a pas de raison de douter que les émissions simultanées attribuables à deux désintégrations successives ou au phénomène de conversion interne, sont composées de rayons émis en directions indépendantes entre elles. Dans le cas d'émission de paires par matérialisation interne, la théorie (7) prévoit au contraire que les couples, dont les rayons forment un petit angle, sont plus nombreux que ceux à grand angle d'ouverture. Ce fait a été vérifié expérimentalement pour les paires de matérialisation interne des rayons γ du Po + Be (8).

Il m'a paru intéressant d'étudier la distribution angulaire des rayons émis en coïncidence par le ThC'' pour me rendre compte si l'origine des coïncidences était bien liée à l'émission de positons et, dans ce cas, pour obtenir quelques renseignements sur la distribution des ouvertures des paires de matérialisation interne des rayons γ du ThC'', sur laquelle aucune mesure n'avait été faite jusqu'à présent.

Pour cette mesure, j'ai réalisé un dispositif qui permettait d'avoir une source de ThC'', séparé des autres substances du dépôt actif, mais en équilibre avec elles, de façon à ne pas être gêné par la courte période du corps étudié.

Une bandelette en cellophane, de 3 mm de largeur environ et de 4 mg/cm² d'épaisseur, tournait continuellement, entraînée par un petit moteur, en passant, d'un côté, à proximité d'une source de dépôt actif, et, de l'autre côté, près des compteurs. Le dépôt actif se trouvait dans une boîte métallique isolée, portée à la tension de + 200 V par rapport à la bandelette en cellophane qui passait à l'intérieur de la boîte. Le ThC'' était ainsi recueilli par recul sur la cellophane; il était porté près des compteurs qui se trouvaient à 40 cm environ de la source de dépôt actif et qui étaient protégés du rayonnement de celle-ci par des blocs épais en plomb. La bandelette faisait un tour complet dans un temps très court par rapport à la période du ThC'' de façon que de petites variations de sa vitesse ne modifiaient pas l'intensité de son activation.

La bandelette ne s'activait pas sensiblement si la tension de la boîte contenant la source n'était pas appliquée. Avec la tension, le ThC'' se déposait et, quand l'équilibre était atteint, l'activité évoluait suivant la période du ThB : elle restait pratiquement constante pendant la durée d'une série complète de mesures (1 h au maximum). Après avoir coupé la tension, la décroissance de l'activité s'accomplissait suivant une courbe exponentielle dont l'allure correspondait, pendant plusieurs périodes, à la période du ThC''; l'étude de la décroissance montrait que, même après une longue activation, le dépôt sur la cellophane était du ThC'' pratiquement pur.

Les fils des compteurs se trouvaient à 5 cm de distance de la source; d'après les conditions géométriques, la fraction d'angle solide utile pour chaque compteur a été évaluée à 0,0081. Le nombre de coups simples était de l'ordre de 1 000 par minute. Les coïncidences fortuites étaient comptées au cours de chaque série de mesures en plaçant les deux compteurs à la même distance de la bandelette activée que pendant les mesures, mais de façon à recevoir des rayons venant de deux traits différents de celle-ci.

La figure 8 montre les conditions géométriques de l'expérience, ainsi que (courbe I) la somme des résultats obtenus au cours de 47 séries de mesures (déduction faite du nombre de fortuites et du mouvement propre). Les mêmes résultats sont reproduits dans le tableau ci-après.

(6) C. E. Eddy, *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 1929, 25, p. 50.
(7) M. E. Rose et G. E. Uhlenbeck, *Phys. Rev.*, 1935, 48, p. 211.
(8) A. Alichanian, B. Dzelepov et P. Spivak, *C. R. Acad. Sc.*, U.R.S.S., 1939, 19, p. 379.

Angle d'ouverture........	30°	60°	120°	180°
Nombre des coïncidences.	513 ± 29	474 ± 28	448 ± 28	421 ± 27

A la fin d'un certain nombre de séries de mesures, j'ai étudié la décroissance de la source de ThC'' en comptant les coups simples d'un compteur et

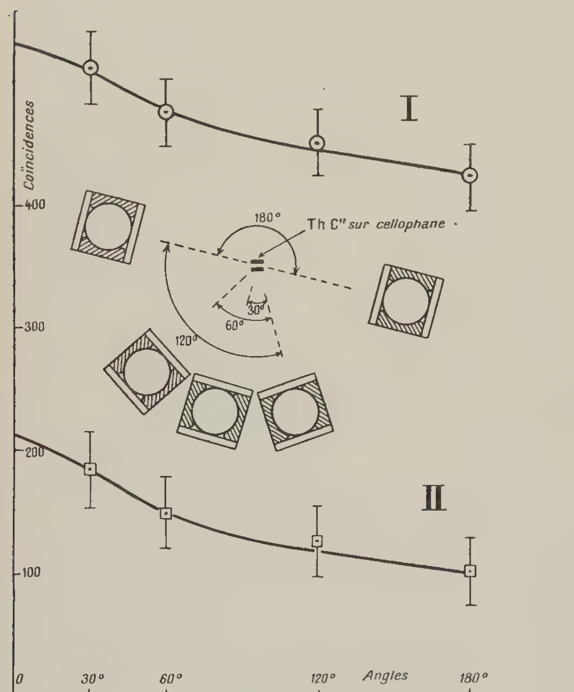


Fig. 8.

j'ai pu connaître, de cette façon, le nombre de coups simples au cours des mesures relatives. Le rapport entre le nombre moyen de coïncidences et le nombre de coups simples dans le même temps était, en moyenne, $1{,}12.10^{-3}$.

7. **Nombre d'émissions simultanées par désintégration.** — Si chaque émission simultanée consiste en deux particules émises dans deux directions indépendantes, il est facile de trouver la relation qui lie le nombre des émissions simultanées et le nombre de rayons β, au nombre des coïncidences comptées.

Si nous appelons N_1 le nombre de rayons β émis dans 4π pendant l'unité de temps, N_2 le nombre d'émissions simultanées dans 4π pour la même source, C_1 le nombre de coïncidences comptées quand la source est dans une position telle que le même rayon β puisse traverser les deux compteurs, C_2 le nombre de coïncidences quand la source est entre les compteurs, nous pouvons écrire

$$C_1 = N_1 \frac{\omega_1}{4\pi} \sigma^2 k_0,$$

et

$$C_2 = 2 N_2 \frac{\omega_2^2}{16\pi^2} \sigma^2 k_1 k_2,$$

où σ est la sensibilité des compteurs, k_0, k_1, k_2 les coefficients de transmission à travers les écrans employés pour les rayons considérés, et ω_1 et ω_2 les angles solides utiles dans les deux conditions expérimentales (*fig.* 5).

Au cas d'émissions simultanées de trois particules dont la distribution angulaire n'est pas symétrique (cas de la matérialisation interne), à la deuxième des formules écrites doit être substituée la suivante

$$\overline{C_2} = 2.3 N_3 \frac{\omega_2^2}{16\pi^2} \sigma^2 \frac{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}{3},$$

où N_3 représente le nombre d'émissions de trois particules par l'unité de temps et $\overline{C_2}$ est le nombre moyen des coïncidences comptées sous les différents angles d'ouverture.

Le rapport entre le nombre d'émissions simultanées et le nombre des rayons β dans 4π est donc, indépendamment de la sensibilité des compteurs

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2} \frac{C_2}{C_1} \frac{4\pi\omega_1}{\omega_2^2} \frac{k_0}{k_1 k_2},$$

dans le premier cas, et

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{1}{2.3} \frac{\overline{C_2}}{C_1} \frac{4\pi\omega_1}{\omega_2^2} \frac{3 k_0}{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3},$$

dans le cas de l'émission de paires.

Toutes les quantités qui interviennent dans ces formules peuvent être calculées ou mesurées. La valeur de l'angle solide ω_1 a été calculée à partir des conditions géométriques de l'expérience, après avoir déterminé expérimentalement les limites de la sensibilité des compteurs; j'ai ensuite mesuré le rapport $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ en comptant les coups simples d'un compteur en présence d'une source alternativement placée de façon à voir le compteur sous les angles ω_1 et ω_2. J'ai obtenu ainsi

$$\frac{4\pi\omega_1}{\omega_2^2} = 0{,}57.$$

Pour le ThB, le rapport $\frac{C_2}{C_1}$ peut être déduit des valeurs des courbes I et II de la figure 5, au temps zéro. k_1 est, dans ce cas, le facteur de transmission du spectre continu du ThB pour 57,5 μ d'aluminium; k_2 est celui de la raie F pour la même épaisseur de matière ($k_2 = 0{,}36$). k_0 peut être décomposé en deux facteurs dont l'un (égal à k_1) est relatif à l'absorption des rayons β par 57,5 μ d'aluminium

(écran et paroi d'un des compteurs), et l'autre, k_c, à celle du premier compteur traversé par ces rayons. Pour la mesure de k_c, j'ai compté les coups simples d'un compteur en présence d'une source de ThB initialement pur, avec un autre compteur interposé comme absorbant, et sans ce dernier; la valeur obtenue (extrapolée au temps zéro) a été $k_c = 0{,}5$. On obtient enfin pour le nombre d'émissions simultanées par désintégration du ThB

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2}\,\frac{16{,}5}{35}\,0{,}57\,\frac{0{,}5}{0{,}36} = 0{,}19,$$

avec une erreur statistique moyenne de 20 pour 100.

Pour le ThC'', on tire de la figure 7

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{1{,}9} = 0{,}52.$$

Le résultat d'une mesure analogue à celle faite pour le ThB en vue de déterminer k_c, a été $k_c = 0{,}74$; on a considéré que l'on avait $k_1 = k_2 = k_3 = 1$, étant donné la pénétration des rayons et le fait qu'on n'a pas employé d'écrans. Nous savons que dans le ThC'' la conversion interne est responsable d'environ 0,02 émission simultanée par désintégration. Cette valeur correspond à

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{2.0{,}02}{0{,}57}\,\frac{1}{0{,}74} = 0{,}095,$$

et nous obtenons ainsi, pour la matérialisation seule, en supposant que les coïncidences résiduelles sont dues à ce phénomène,

$$\frac{C_2}{C_1} = 0{,}52 - 0{,}095 = 0{,}425.$$

Les valeurs de C_2 ont été mesurées avec les compteurs disposés de façon à déceler les coïncidences entre rayons émis en directions opposées; il faut donc tenir compte de la distribution angulaire des coïncidences, et l'on obtient ainsi

$$\frac{\overline{C_2}}{C_1} = 0{,}425\,\frac{475}{432} = 0{,}47.$$

Enfin, le nombre des paires par désintégration est

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{1}{2.3}\,0{,}47.0{,}57.0{,}74 = 0{,}033.$$

L'erreur statistique de cette détermination, à cause du grand nombre des grandeurs qui interviennent dans le calcul, et dont chacune comporte une erreur, est de 40 pour 100.

Le nombre de paires par désintégration peut être déduit aussi de la valeur du rapport entre le nombre de coups simples et le nombre moyen de coïncidences trouvé au cours des mesures sur la distribution angulaire des émissions simultanées du ThC''; mais, dans ce cas, il faut tenir compte de la sensibilité des compteurs puisqu'il s'agit de comparer des coïncidences à des coups simples. En supposant la sensibilité égale à 0,8 (valeur qui ne doit pas trop s'éloigner de la valeur réelle), et en évaluant le nombre des coïncidences dues à la conversion interne au dixième du nombre total compté avec le ThC'' (compte tenu de l'absorption de la cellophane et de l'air interposé), nous pouvons écrire

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{(1-0{,}1)\,1{,}12.10^{-3}}{2.3.0{,}0081}\cdot\frac{1}{0{,}8} = 0{,}026,$$

avec une erreur de 10 pour 100.

Les nombres d'émissions simultanées par désintégration peuvent aussi être calculés à partir de l'analyse de la courbe d'absorption représentée sur la figure 2. Nous savons, en effet, que pour le premier groupe (désintégration β du ThC suivie de la désintégration α du ThC'), il y a une émission simultanée par atome de ThC' désintégré, et que les nombres des coïncidences pour un écran zéro, relatifs aux trois groupes séparés (ThC-ThC', ThB, ThC''), sont dans la proportion 113 : 41 : 5,3. On en déduit, en tenant compte des rapports d'embranchement, que pour le ThB le nombre d'émissions simultanées par désintégration est

$$\frac{41}{113}\,0{,}65 = 0{,}24,$$

avec une erreur de 20 pour 100.

Pour le ThC'', en introduisant le facteur 1/3 pour la comparaison entre le nombre d'émissions doubles et le nombre d'émissions triples, et en tenant compte des rapports d'embranchement et de la distribution angulaire, le nombre de paires par désintégration est

$$\frac{1}{3}\,\frac{5{,}3}{113}\,\frac{0{,}65}{0{,}35}\,\frac{475}{435} = 0{,}032,$$

avec une erreur de 20 pour 100.

8. **Ouverture des paires créées par matérialisation interne.** — Admettons encore que les émissions simultanées observées avec le ThC'' sont dues au phénomène de matérialisation : alors, afin de connaître la distribution angulaire des paires, il faut d'abord, des résultats expérimentaux sur la distribution angulaire des coïncidences dues à ce corps, soustraire le nombre des coïncidences relatives aux électrons de conversion (un dixième du nombre des coups comptés à 180°). Les deux tiers des coïncidences résiduelles sont dues aux coïncidences entre l'électron de désintégration et une des particules de la paire. Puisqu'il n'y a aucune raison de supposer que le nombre de ces coïncidences varie avec l'angle d'ouverture (les rayons γ sont émis dans une direction indépendante de celle des rayons β), pour obtenir la distribution angulaire des paires de matérialisation, il faut déduire encore les deux tiers de la moyenne des valeurs relatives aux différents angles.

On trouve, de cette façon, la distribution suivante

Angles d'ouverture.	30°	60°	120°	180°
Nombre des paires.	184±31	149±30	125±29	101±28

(*fig.* 8, courbe II).

L'importance des erreurs statistiques ne permet pas de préciser l'allure de la courbe relative, mais la décroissance du nombre des paires avec l'augmentation de l'angle compris entre les deux particules, paraît difficilement attribuable aux erreurs statistiques.

9. **Discussion des résultats obtenus.** — La méthode des coïncidences, appliquée aux rayonnements des corps du dépôt actif du thoron, a permis de mettre en évidence les différents phénomènes qui donnent lieu à l'émission simultanée de diverses particules, dans les cas où le nombre de ces émissions par désintégration est le plus grand. La méthode que nous avons employée ne peut pas être appliquée à l'observation des faibles raies de conversion interne, soit parce qu'elles peuvent être masquées par la présence de raies plus fortes, soit à cause de la production, dans les écrans et dans les parois des compteurs, d'électrons Compton et photoélectriques, qui engendrent des coïncidences supplémentaires dont le nombre ne pourrait plus être négligé. En conséquence, pour étudier plus en détail, par la méthode des coïncidences, les raies de conversion et les modalités de leur émission, il serait utile d'en focaliser les rayons à l'aide d'un champ magnétique et d'employer des enregistreurs de coïncidences à grand pouvoir de résolution.

Le fait qu'on a pu observer les coïncidences dues à la conversion de la raie F donne lieu à l'observation suivante. Cette raie correspond à une transition qui s'accomplit avec émission d'un rayonnement γ de quadrupôle (9) de 238 ekV. Le phénomène de l'isomérie nucléaire a montré la possibilité d'émissions γ à vie moyenne longue, qu'on peut supposer associées à des transitions de multipôle très converties. Il n'était donc pas évident, *a priori*, que l'émission des électrons de la raie F eût lieu dans un temps plus court que 3.10^{-5} sec après la désintégration β, comme ces expériences le montrent.

Le nombre d'émissions simultanées par désintégration a été déterminé par différentes méthodes. L'erreur moyenne due à la distribution statistique des coïncidences, dont la valeur a été donnée à côté des résultats, n'est pas la seule erreur possible dans ces mesures. La détermination des angles solides, faite à partir de la disposition géométrique de l'expérience, peut comporter des erreurs notables à cause de la différence de sensibilité des diverses parties des compteurs et de la mauvaise définition de la surface utile qui s'ensuit. De toute façon, la concordance entre les valeurs trouvées par les différentes méthodes employées paraît montrer que les erreurs autres que les statistiques ne jouent pas un grand rôle dans la détermination du nombre d'émissions simultanées par désintégration.

La comparaison du nombre trouvé pour les émissions simultanées dues à la raie F avec les données connues est satisfaisante. La moyenne des deux déterminations, faites à partir de ces résultats expérimentaux, est 0,22, valeur qui s'accorde d'une façon satisfaisante avec toutes les autres données trouvées au cours de ces mesures. Le nombre par atome désintégré des électrons des raies β du dépôt actif de thorium avait été étudié par Gurney (10) et par Arnoult (11); ces auteurs ont trouvé respectivement 0,250 et 0,222 pour la raie F du Th$B \rightarrow$ ThC, le nombre des électrons des autres raies de la même désintégration (qui auraient pu traverser les écrans employés dans ces expériences) étant de l'ordre de 0,003.

En supposant que les émissions simultanées du ThC'' sont dues à l'émission de paires de matérialisation, nous avons trouvé pour le nombre de positons émis par désintégration des valeurs concordantes entre elles, dont la moyenne est 0,03 correspondant à $0{,}03\,\frac{0{,}35}{2} = 5{,}2.10^{-3}$ positons par rayon β du dépôt actif en équilibre.

Il est difficile de confirmer ou d'infirmer ce résultat par la comparaison avec ceux d'autres auteurs en raison de leur désaccord. En effet, Chadwick, Blackett et Occhialini (12) (appareil de Wilson) trouvent 10^{-2} positons par rayon β du dépôt actif en équilibre; Alichanow, Alichanian et Kosodaew (13) obtiennent (spectrographe magnétique et compteurs en coïncidence) une valeur comprise entre 2 et 4.10^{-4}; Benedetti (14), au cours de mesures à l'aide d'un appareil à déviation trochoïdale et d'un compteur, trouve 10^{-4}; enfin, Monadjémi (15), en utilisant la même méthode avec un appareil perfectionné, obtient de 3 à 4.10^{-3}, et attribue les résultats inférieurs des autres auteurs à des effets d'absorption qui auraient été éliminés dans son dispositif. La théorie de la matérialisation interne, développée par Jaeger et Hulme (16) à partir des équations de Dirac, conduit à prévoir la production d'un couple sur 10^3 rayons γ de 2,6 MeV ($1{,}7.10^{-4}$ positons par rayon β du dépôt actif) dans le cas d'émission de dipôle, ou un couple sur 2.10^3 rayons γ ($0{,}8.10^{-4}$ posi-

(9) C. D. Ellis et N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc.*, 1933, 139, p. 369.

(10) R. W. Gurney, *Proc. Roy. Soc.*, 1926, 112, p. 380.

(11) R. Arnoult, *loc. cit.*

(12) Chadwick, P. M. S. Blachett et P. G. S. Occhialini, *Proc. Roy. Soc.*, 1934, 144, p. 235.

(13) A. I. Alichanow, A. I. Alichanian et M. S. Kosodaew, *J. de Physique*, 1936, 7, p. 163.

(14) S. Benedetti, *J. de Physique*, 1936, 7, p. 205.

(15) M. Monadjémi, *Thèses* (Paris, 1938).

(16) J. C. Jaeger et H. R. Hulme, *Proc. Roy. Soc.*, 1935, 148, p. 708.

tons par rayon β du dépôt actif) si l'émission est de quadripôle.

Même sans attacher trop d'importance aux résultats trouvés par la méthode de la trochoïde, à l'interprétation difficile en raison de la complexité des trajectoires, le désaccord entre les résultats de Chadwick, Blackett et Occhialini et ceux d'Alichanow, Alichanian et Kosodaew reste très difficile à interpréter. Les valeurs trouvées au cours des mesures exposées dans cet article sont comprises entre celles de Chadwick, Blackett et Occhialini et celles de Monadjémi et peuvent, dans la limite des erreurs possibles, s'accorder avec elles; mais elles sont en désaccord avec celle d'Alichanow, Alichanian et Kosodaew et avec celle précédemment trouvée par moi-même. La théorie de Dirac, brillamment prouvée par des nombreux résultats expérimentaux, ne paraît pas devoir échouer dans l'évaluation du nombre de paires de matérialisation interne, d'autant plus que le calcul, fait par divers auteurs et en suivant des différentes méthodes d'approximation ([17]), conduit toujours à la même valeur.

Pour ces raisons, en faisant abstraction des résultats expérimentaux antérieurs, on est tenté d'expliquer les résultats trouvés dans les expériences que nous venons de décrire par une des deux hypothèses suivantes

1° Les coïncidences observées avec des sources de Th C'' ne sont pas dues au phénomène de matérialisation;

2° La production des paires dans le Th C'' peut s'accomplir par un mécanisme différent que celui prévu par la théorie.

La première hypothèse ne paraît pas conduire à une explication simple des faits; nous avons vu, en effet, au paragraphe 5, que la conversion interne ne peut pas rendre compte des résultats obtenus et que la possibilité d'une désintégration β suivant celle du Th C'' paraît écartée. Dans le cas où toutes les émissions simultanées du Th C'' seraient dues à deux rayons seulement, le nombre des coïncidences comptées correspondrait à 0,09 émission simultanée par désintégration, en plus de celles attribuables aux raies connues de conversion interne. L'effet Compton dans les parois des compteurs et dans les écrans ne peut expliquer que 10 pour 100 au maximum de ces coïncidences. Il faut noter encore que, dans ce cas, il serait difficile d'expliquer la dissymétrie trouvée pour la distribution angulaire de ces coïncidences qui ne semble pas pouvoir être due aux erreurs statistiques.

Suivant la deuxième hypothèse, on pourrait essayer d'expliquer les faits par une éventuelle matérialisation interne de l'énergie des rayons β, mais, dans ce cas, le nombre des paires observées devrait être beaucoup plus grand pour le Th C en équilibre que pour le Th C'' seul; car les rayons β du Th C sont plus énergiques que ceux du Th C'', et sont émis, par une source de Th C en équilibre, en quantité double de ceux du Th C''. Nous avons vu, au contraire, que la désintégration du Th C ne donne pas lieu à des émissions simultanées.

Les résultats connus jusqu'ici présentent encore quelques difficultés d'interprétation et ne nous permettent pas de choisir entre les deux hypothèses considérées.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Mme I. Joliot-Curie pour l'intérêt bienveillant qu'elle a toujours montré pour ces recherches et à remercier M. Debierne pour l'autorisation de travailler au Laboratoire Curie.

([17]) M. E. Rose et G. E. Uhlenbeck, *loc. cit.*

Manuscrit reçu le 18 décembre 1939.

PHOTOMETRIE VISUELLE DES ÉTOILES BRILLANTES

Par M. G. ORIANO.

Sommaire. — L'auteur expose la théorie d'une méthode qui lui a permis de réaliser, à l'œil nu, des observations d'étoiles brillantes avec une précision voisine de ± 0,02 à 0,04 magnitude suivant les cas, dans un système de magnitudes bien défini. L'élaboration de la méthode a nécessité l'étude d'un certain nombre de questions connexes qui ne sont pas exposées ici : en particulier, indices de couleur et établissement d'un catalogue moyen sur le système international. Les observations, effectuées en centièmes de magnitude, sont corrigées de l'absorption atmosphérique, l'équation de position, la valeur du degré, l'équation de couleur. Les exemples donnés montrent qu'il y a excellent accord entre deux observateurs indépendants d'une part, et avec des mesures photoélectriques d'autre part, ce qui permet d'affirmer que la précision annoncée n'est pas illusoire.

Cette Note présente un examen sommaire et certains résultats, concernant les questions de photométrie des étoiles brillantes dont la solution permet d'envisager la réalisation pratique, *à l'œil nu*, d'observations différentielles avec une précision vraie voisine du centième.

1. Caractéristiques des méthodes actuelles. — Dans tout ce qui suit, on caractérisera la précision et la rapidité de chaque méthode par les quatre paramètres suivants : ε, l'erreur probable externe, c'est-à-dire correspondant aux écarts d'observateur à la moyenne d'un ensemble d'observateurs ou d'observateur à catalogue (déduction faite de l'erreur probable du terme de comparaison); ε', l'erreur probable interne, c'est-à-dire correspondant aux écarts des différentes parties d'une même mesure; ν, le nombre de déterminations distinctes constituant une mesure; τ, le temps nécessaire à cette mesure.

A l'heure actuelle, l'observation à l'œil nu sur les étoiles brillantes n'est plus guère utilisée qu'à l'occasion des Novæ remarquables, par les associations A.A.V.S.O., A.F.O.E.V., etc., dont le travail principal porte nécessairement sur des étoiles télescopiques; et encore plus rarement pour l'étude approximative de certaines variables typiques (α Ori, β Per, β Lyr, etc.) par quelques observateurs isolés.

Dans le cas des associations, les étoiles de référence et quelques directives générales sont seules communes aux divers observateurs. Il en résulte que la correction des erreurs personnelles diverses ne peut être tentée. Les paramètres caractéristiques prennent alors les valeurs

$$\varepsilon = \pm 0{,}25 \text{ m}, \quad \varepsilon' = \pm 0{,}12 \text{ m}, \quad \nu = 3, \quad \tau = 2 \text{ min}.$$

Dans le cas des observateurs isolés, les magnitudes des étoiles de référence sont très variées. Les corrections ne comportent, en général, que celles d'absorption atmosphérique, de valeur du degré et plus rarement de couleur et de position; mais elles sont toujours statistiques, ce qui leur enlève une grande partie de leur valeur. On n'arrive guère ainsi qu'à

$$(\varepsilon = \pm 0{,}15 \text{ m}), \quad \varepsilon' = \pm 0{,}09 \text{ m}, \quad \nu = 6, \quad \tau = 4 \text{ min}.$$

La plupart des méthodes visuelles proprement photométriques ne sont guère plus précises (Pickering, Zöllner, etc.) et d'autant plus longues qu'elles sont plus précises.

Les plus remarquables sont celles du photomètre à plages (Dufay) et du photomètre à œil de chat (Danjon). Pour ce dernier appareil, on a :

$$\varepsilon' = \pm 0{,}01 \text{ m}, \quad \nu = 100, \quad \tau = 20 \text{ min},$$

toutefois le zéro des valeurs déduites peut être affecté d'une incertitude de quelques centièmes.

Quant aux méthodes physiques elles sont toujours très laborieuses et nécessitent des instruments parfois assez grands, ce qui limite beaucoup le nombre des étoiles observables par nuit.

La possibilité d'observations sensiblement plus précises à l'œil nu nous ayant été signalée par M. R. Rigollet à la suite d'une de ses publications [1], nous avons cherché à déterminer les conditions permettant d'obtenir les plus petites valeurs possibles des paramètres caractéristiques dans une méthode différentielle susceptible d'une application courante.

2. Conditions générales des observations. — Le problème général qui se pose consiste à déterminer, par comparaison avec un ensemble d'étoiles, la magnitude $\mathcal{M}$ d'une étoile dans un système (Σ) donné, défini en zéro, échelle et couleur.

Dans le cas d'une étoile variable, c'est le problème habituel de rattachement aux étoiles de comparaison; dans le cas d'une étoile non variable, c'est celui de la détermination des corrections aux magnitudes $\mathcal{M}'$

d'un catalogue construit sur (Σ), ou qui définit Σ statistiquement.

Les méthodes employées jusqu'ici conduisent à opérer en vision fovéale (image ponctuelle), ce qui limite aux magnitudes inférieures à 4,5, et à ne comparer que des étoiles ni trop distantes, ni de magnitudes trop différentes (en général $d < 30°$ et $\Delta\mathfrak{M} < 0,4$ m), ce qui limite aux magnitudes supérieures à zéro. L'emploi de la vision fovéale est à recommander pour les raisons suivantes : elle permet seule d'assurer en pratique la constance des conditions de vision; elle n'intéresse que les cônes, ce qui, d'une part, élimine sensiblement le phénomène de Purkinje, et déplace, d'autre part, la visibilité relative vers le rouge — condition importante pour diminuer l'influence de l'absorption atmosphérique.

On supposera, d'autre part, acquise la notion du dixième de magnitude et de ses premiers multiples (vers une certaine magnitude : 2 par exemple). On pourra alors évaluer les écarts $\Delta\mu$ en degrés voisins de 0,01 magnitude, de la même manière qu'on emploie le dixième de magnitude dans la méthode de Pickering.

Enfin on n'observera généralement qu'aux distances zénithales inférieures à 60° ($\sec z < 2$) et naturellement, sauf précautions spéciales, que par ciel suffisamment clair et uniforme.

Le passage des écarts bruts estimés $\Delta\mu$ aux magnitudes $\mathfrak{M}$ comportera nécessairement plusieurs approximations, dans les limites imposées par la valeur du seuil de sensibilité différentielle de l'œil — lequel est très inférieur à cette curieuse valeur classique qu'est le degré d'Argelander — et nous paraît voisin de 2 pour 100 à la magnitude 2.

On exposera d'abord les conditions théoriques d'une première approximation, puis quelques résultats pratiques obtenus jusqu'ici à cette approximation.

3. Théorie d'une première approximation des corrections.

— L'origine des corrections appliquées aux $\Delta\mu$ réside dans les erreurs systématiques dues à l'absorption atmosphérique, l'équation de position, la valeur du degré, l'équation de couleur.

A. Absorption atmosphérique. — L'augmentation de magnitude par rapport à la limite de l'atmosphère étant

$$\Delta\mathfrak{M}_z = k\Phi(z), \qquad (1)$$

où $\Phi(z)$ est la masse d'air à la distance zénithale z et k la perte de magnitude au zénith, on aura

$$k = \frac{\int_0^\infty m(\lambda)\, k(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty m(\lambda)\, d\lambda} \qquad (II)$$

$$\Phi(z) = \sec z - a \sec^3 z, \qquad (II')$$

$k(\lambda)$ étant l'absorption zénithale et $m(\lambda)$ la magnitude monochromatique [correspondant à la visibilité relative $V(\lambda)$].

En première approximation on pourra, dans les conditions précisées plus haut, poser

$$\Delta\mathfrak{M}_z = k \sec z, \qquad (1)$$

en considérant k comme coefficient moyen relatif aux longueurs d'onde effectives usuelles de $m(\lambda)$, vers 0,56 μ. Cette valeur de k se détermine au moyen d'un certain nombre de relations de la forme

$$k = \left| \frac{(\mathfrak{M}'_2 - \mathfrak{M}'_1) - \Delta M}{\sec z_2 - \sec z_1} \right|, \qquad (2)$$

où ΔM est la différence de magnitude apparente.

Dans les limites où le terme en $\sec^3 z$ de (II)′ reste peu important, c'est-à-dire jusque vers $z = 80°$, on réduira l'erreur sur k en augmentant autant que possible la distance zénithale de l'étoile la plus basse, de préférence avec ΔM petit.

Il est indispensable non seulement de déterminer ainsi k chaque soir (l'emploi d'une table permanente a déjà été rejeté par de nombreux auteurs), mais il faut encore échelonner les déterminations au cours de la nuit, ce qui permet de déceler à la fois les variations progressives de k (parfois très importantes même par temps clair) et ses oscillations aléatoires qui fournissent des indications précieuses sur le degré d'homogénéité de l'atmosphère (nuages invisibles).

B. Équation de position. — Soit $\Delta\mu_\theta$ l'écart estimé lorsqu'une étoile se trouve dans l'angle de position θ par rapport à une direction liée à l'observateur et passant par l'autre étoile. L'écart $\Delta\mu$ corrigé de l'erreur de position sera de la forme

$$\Delta\mu = \Delta\mu_\theta + P(\theta), \qquad (III)$$

$P(\theta)$ étant une fonction dont la valeur moyenne est nulle et qu'il est toujours possible de développer en série de Fourier.

On peut donc poser en première approximation (et la représentation obtenue est en fait très bonne)

$$\Delta\mu = \Delta\mu_0 + \varpi \sin(\theta - \theta_0). \qquad (3)$$

Il apparaît ainsi que cette erreur s'élimine par symétrie en faisant les estimations dans les deux positions θ et $\theta + \pi$, ce qui évite la détermination de ϖ. En fait, il est préférable, car la condition précédente n'est guère réalisable en pratique, de donner à $\theta - \theta_0$ quatre valeurs invariables différant de 90° et de déterminer les deux valeurs correspondantes ϖ_1 et ϖ_2 de $\varpi \sin(\theta - \theta_0)$, ce qui permet l'utilisation des pointés dont le symétrique ne peut être réalisé.

C. Valeur du degré. — Au moyen des $\Delta\mu$ on peut classer les étoiles observées dans l'ordre des éclats décroissants, en posant

$$\Delta\mu_i = \mu_i - \mu_{i-1} \qquad (4')$$

et

$$\mu_k = \sum_1^k \Delta\mu_i \qquad (4)$$

correspondant à l'étoile de rang k dans la série ainsi formée, et de magnitude $\mathfrak{M}'_k$ au catalogue.

On définit de la sorte une relation

$$\mathfrak{M} = f(\mu) \qquad (IV)$$

développable en série de Mac Laurin

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 + \mu\left(\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu}\right)_0 + \frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{d^2\mathfrak{M}}{d\mu^2}\right)_0 + \frac{1}{6}\mu^3\left(\frac{d^3\mathfrak{M}}{d\mu^3}\right)_0 + \ldots \qquad (V)$$

qui fournit la valeur du degré $\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu}$,

$$\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu} = \left(\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu}\right)_0 + \mu\left(\frac{d^2\mathfrak{M}}{d\mu^2}\right)_0 + \frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{d^3\mathfrak{M}}{d\mu^3}\right)_0 + \ldots \qquad (VI)$$

Or, on constate qu'on a, en pratique, une très bonne représentation en posant

$$\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu} = \alpha + \beta(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_0), \qquad (6)$$

ce qui, avec la condition $\mathfrak{M}_0 = f(o)$, détermine la fonction f; on a, en effet,

$$\mu = \int \frac{d\mathfrak{M}}{\alpha + \beta(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_0)} = \frac{1}{\beta}\,\mathrm{Log}\left|1 + \frac{\beta}{\alpha}(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_0)\right|, \qquad (5)$$

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 + \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta\mu} - 1); \qquad (7)$$

il suffit alors d'identifier (V) avec le développement en série

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 + \alpha\mu + \frac{1}{2}\alpha\beta\mu^2 + \frac{1}{6}\alpha\beta^2\mu^3 + \ldots \qquad (7')$$

ce qui donne

$$\alpha = \left(\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu}\right)_0,$$

c'est d'ailleurs évident,

$$\alpha\beta = \left(\frac{d^2\mathfrak{M}}{d\mu^2}\right)_0, \qquad \alpha\beta^2 = \left(\frac{d^3\mathfrak{M}}{d\mu^3}\right)_0, \qquad \text{etc.}$$

et détermine les coefficients de (VI) en fonction de α, β.

Toutefois, on peut se passer de (VI), surtout lorsque les erreurs des $\mathfrak{M}'$ sont assez petites; les corrections se font alors aisément au moyen de (6) qui donne les magnitudes provisoires

$$M_k = \int_0^{\mu_k} [\alpha + \beta(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_0)]\, d\mu,$$

ou même plus simplement, à l'approximation

$$\frac{\Delta M}{\Delta\mu} = \frac{dM}{d\mu},$$

$$\Delta M_k = \left[\alpha + \beta\left(\frac{\mathfrak{M}'_k + \mathfrak{M}'_{k-1}}{2} - \mathfrak{M}_0\right)\right]\Delta\mu_k, \qquad (8)$$

d'où

$$M_k = M_0 + \sum_1^k \Delta M_k \quad (\text{on peut faire } M_0 = \mathfrak{M}'_0). \qquad (9)$$

Comme celle de l'absorption, cette détermination du degré doit être faite à chaque séance d'observation, car il n'est pas possible d'assurer la constance de α et β d'un soir à l'autre et surtout pendant quelques semaines, à l'approximation qui est recherchée ici.

D. Équation de couleur. — Si la visibilité relative $V(\lambda)$ de l'observateur était identique à celle $v(\lambda)$ du récepteur définissant (Σ), les valeurs (9) représenteraient, à une constante près, les valeurs cherchées

$$\mathfrak{M}_k = M_k + \frac{1}{n}\sum_1^n (\mathfrak{M}'_k - M_k). \qquad (9')$$

Mais il n'en est généralement pas ainsi et il convient d'appliquer aux magnitudes provisoires M_k une correction dépendant de la répartition de l'énergie dans le spectre.

On obtiendra en général (rayonnement noir) une bonne approximation en posant, pour un intervalle de magnitude assez réduit,

$$\mathfrak{M} - M = \Delta_0 + cC, \qquad (VII)$$

où C est un indice de couleur correspondant à (Σ).

Mais il serait peu correct, à la précision recherchée, de faire la correction au moyen du type spectral parce que, d'une part, les types spectraux usuels (ceux du H.D.C. par exemple) n'ont qu'une précision très médiocre et présentent une importante équation décimale, et que, d'autre part, il existe une forte différence de couleur entre naines et géantes du même type spectral.

L'ensemble des étoiles dont le catalogue donne la magnitude $\mathfrak{M}'_k$ et l'indice de couleur C_k fournira donc, dans ces conditions, un système d'équations de la forme

$$\mathfrak{M}'_k - M_k = \Delta_0 + cC_k + r_k, \qquad \text{avec} \sum_1^n r_k = 0 \qquad (10)$$

qu'il suffit de résoudre. On aura alors, au moyen de (VII), les valeurs recherchées

$$\mathfrak{M}_k = M_k + \Delta_0 + cC_k. \qquad (11)$$

Remarquons que $M_k + \Delta_0$ représente la magnitude définitive dans le système de couleur de l'observateur et qu'on peut avoir intérêt à opérer sur cette valeur dans le cas de variables à très faible amplitude.

Remarque I. — Sans vouloir aborder des questions d'optique physiologique, il nous paraît nécessaire de rappeler ici qu'aux très faibles éclairements envisagés le niveau de la sensation lumineuse varie sensiblement avec le temps et la longueur d'onde et

qu'en conséquence la magnitude « apparente » subjective évoluera, comme l'indique *grosso modo* la figure 1, en fonction du type spectral. Il en résulte qu'une étoile rouge atteindra, bien après une étoile blanche, son éclat apparent maximum. Par suite il convient de prolonger la vision un temps suffisant pour amener chaque étoile à ce maximum, si l'on veut qu'une relation telle que (VII) ait un sens bien défini.

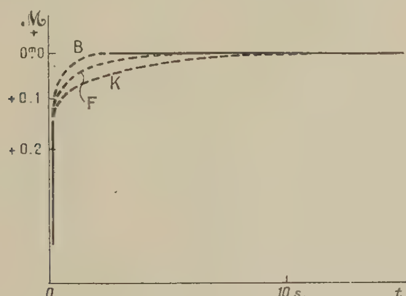


Fig. 1.

Il faut donc absolument rejeter la pratique qui consiste à se débarrasser de ce phénomène en alternant rapidement les pointés sur chaque étoile (ce qui revient, non pas à éliminer le phénomène, mais bien à ne plus le remarquer). Il est, en effet, évident que l'observation porte alors sur un point mal défini des branches ascendantes et présente, de plus, l'inconvénient de diminuer algébriquement c, ce qui, on l'a déjà signalé plus haut, est assez défavorable à divers points de vue.

Remarque II. — La définition théorique de (Σ) suppose naturellement $v(\lambda)$ indépendante de $\mathcal{M}$; mais il n'est pas certain, *a priori*, que le catalogue réel basé sur (Σ) satisfasse rigoureusement à cette condition (on sait même que tous les grands catalogues visuels classiques présentent ce défaut parmi tant d'autres).

D'autre part, il est même probable que $V(\lambda)$ dépend légèrement de $\mathcal{M}$ dans les conditions indiquées (comparaison binoculaire non simultanée de points très éloignés par vision directe prolongée), car la fixation est de moins en moins bien assurée lorsqu'on approche du seuil et, qu'en conséquence, la vision n'est peut-être plus strictement fovéale, laissant ainsi apparaître un faible phénomène de Purkinje.

Il en résulte que le coefficient de couleur c ne sera pas constant par rapport à $\mathcal{M}$ et qu'il convient de remplacer (11) par

$$\mathcal{M}_k = M_k + \Delta_0 + c_{\mathcal{M}_k} C_k, \qquad (11')$$

où $c_{\mathcal{M}}$ sera déterminé par des relations telles que (10), mais en n'utilisant qu'un intervalle restreint de magnitudes (on groupera au besoin un certain nombre de séries).

4. **Application pratique. Erreurs accidentelles.** — On a laissé de côté la question du catalogue de référence qui, théoriquement arbitraire, ne doit pas, en fait, présenter d'erreurs systématiques ou accidentelles notables; aussi l'emploi de la HR par exemple ne serait pas sans inconvénients. Le récent catalogue moyen de Harvard [3] serait beaucoup plus indiqué. Toutefois, le problème actuel faisant partie d'une étude plus générale, on a préféré, pour des raisons dont il n'y a pas lieu de faire état ici, choisir pour (Σ) le système photovisuel international de 1922 (IP_v), sur lequel on a construit un catalogue moyen *provisoire* (IP'_v), combinant les valeurs de HR et PD réduites à l'aide de corrections appropriées. On a surtout recherché un système de couleur bien invariable en magnitude et des erreurs accidentelles internes aussi petites que possible; on est ainsi arrivé à une erreur probable interne

$$\varepsilon'_{IP'_v} = \pm 0{,}03 \text{ m}$$

et à une coïncidence pratique entre ce système et l'IP_v, dans l'état actuel des étalons internationaux; certaines comparaisons indirectes conduisent en effet à

$$IP_v - IP'_v = +0{,}02 + 0{,}02\,C \pm 0{,}03 \pm 0{,}03; \qquad (12)$$

il existe une erreur périodique en ascension droite, mais son amplitude est faible (0,03 m).

Les indices de couleur ont été déduits d'équivalents de couleur $\frac{c_2}{T}$ réduits au système de couleur international [4] par rapport auquel ils ne présentent sans doute pas d'erreur systématique supérieure à $\pm 0{,}05$ m, et leur erreur probable interne est sensiblement

$$\varepsilon'_C = \pm 0{,}06 \text{ m}.$$

Les conditions des observations ont été en partie décrites plus haut; ajoutons que la condition

$$\theta - \theta_0 = \text{const.}$$

se réalise au mieux en choisissant pour directions invariables celles de la ligne des yeux et la perpendiculaire, ce qui permet en général les 4 estimations symétriques au voisinage du zénith et 2 ou 3 à une hauteur moindre.

Il convient naturellement de prendre, au cours des observations, un certain nombre de précautions simples, que la pratique fait rapidement découvrir, et de veiller à se dégager de toute erreur d'ordre psychologique, ce qui n'est pas très difficile *lorsque les observations sont nombreuses et régulières, condition par ailleurs indispensable à la réussite complète de la méthode.*

En fait, l'application pratique est très simple pour un observateur entraîné; on peut, en moyenne, observer une liste de 30 étoiles échelonnées entre les magnitudes 0 et 4 (toutes déterminations acces-

soires comprises) en un temps voisin de 2 h, soit sensiblement

$$\nu = 3, \qquad \tau = 3 \text{ min}.$$

Jusqu'à maintenant les réductions ont été faites en recherchant le maximum de simplicité et de rapidité, on n'a donc pas obtenu toute la précision dont est susceptible la méthode, même dans le cadre de cette première approximation. Cependant, les valeurs moyennes des erreurs probables sont, dans le cas des corrections aux magnitudes d'étoiles non variables (ou réputées telles),

$$\varepsilon = \pm 0{,}04 \text{ m}, \qquad \varepsilon' = \pm 0{,}03_5 \text{ m}, \qquad \nu = 3$$

et dans le cas des observations les plus précises de certaines variables

$$\varepsilon = \pm 0{,}02_0 \text{ m}, \qquad \varepsilon' = \pm 0{,}01_5 \text{ m}, \qquad \nu = 4 \text{ à } 8.$$

Il convient de mentionner le fait que ces résultats ont été obtenus pour la plupart sous le ciel peu favorable de Paris.

5. **Exemples.** — A titre d'indication sur les ordres de grandeur des corrections, indiquons les valeurs personnelles suivantes :

Équation de position

$$\varpi_1 = \pm 0{,}05 \text{ m}, \qquad \varpi_2 = 0{,}00 \text{ m},$$

légèrement variable avec la magnitude.

Valeur du degré

$$\alpha = 1{,}10, \qquad \beta = + 0{,}19,$$

les variations avec le temps sont de l'ordre de ± 10 pour 100.

Équation de couleur

$$c = + 0{,}06 \quad \text{de} \quad \mathcal{M} = 0 \quad \text{à} \quad \mathcal{M} = 2$$

et décroît jusqu'à $c = 0{,}00$ au seuil ($\mathcal{M} = 4{,}5$).

Absorption atmosphérique. — Par atmosphère stable, k est déterminé par quatre comparaisons avec une erreur probable voisine de ± 0,02 m. Les variations sont donc facilement décelables.

Les quelques graphiques suivants permettront de mieux réaliser les possibilités de la méthode.

A. Observations les plus précises. — La figure 2 donne la courbe de lumière de α UM*i* rapportée uniquement à β UM*i*, d'après 31 observations de mai à octobre 1938 dans l'échelle de couleur de l'observateur

$$\varepsilon' = \pm 0{,}01_6 \text{ m}, \qquad \nu = 3 \text{ à } 4.$$

Après correction de couleur la magnitude moyenne est

$$\mathcal{M} = 2{,}04 \pm 0{,}01 \ (IP'_v),$$

le catalogue donnant

$$\mathcal{M}' = 2{,}06 \pm 0{,}03 \ (IP'_v).$$

Remarquons que (12) appliquée à $\mathcal{M}$ donne $[IP_v] = 2{,}07$ alors que la valeur internationale révisée [5] est $IP_{v_r} = 2{,}07$. L'amplitude est sensiblement de 0,06 m (vers $\lambda = 0{,}57\ \mu$) et la variation, nullement sinusoïdale contrairement à ce que l'on admet généralement d'après des observations ou trop peu précises ou trop peu nombreuses.

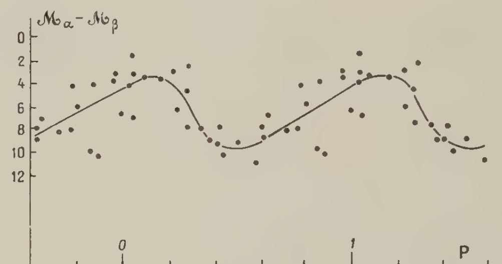


Fig. 2.

B. Comparaison a des mesures photoélectriques. — La figure 3 montre qu'il y a très bon accord entre nos mesures (.) de γ Cassiopeiæ et les mesures photoélectriques de Huffer [6] (+), diminuées

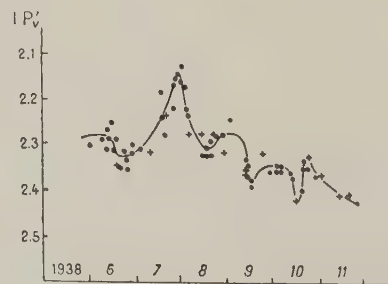


Fig. 3.

de 0,10 m (ce qui représente sensiblement la correction de zéro et de couleur aux magnitudes photoélectriques). La concordance est parfaite pendant les deux derniers mois, l'étoile étant alors près du zénith. Cet exemple permet d'apprécier objectivement la précision obtenue, les variations étant imprévisibles.

C. Accord d'observateurs différents. — La figure 4 permet une comparaison plus détaillée de nos mesures (+) de γ Cas, rapportée surtout à β Cas et à la courbe de lumière (déterminée par ailleurs) de α Cas ($\nu = 5$ à 10), avec celles exécutées de façon analogue (.) ($\nu = 3$ à 6), par M. R. Rigollet, qui nous les a aimablement communiquées.

En dépit d'une distance zénithale assez grande ($z = 50$ à $60°$), on constate que les mesures définissent la même courbe avec

$$\varepsilon = \pm 0{,}025 \text{ m}, \qquad \varepsilon' = \pm 0{,}020 \text{ m} \qquad (\bar{\nu} = 6),$$

ce qui caractérise encore la précision objective des mesures, les estimations des deux observateurs étant naturellement indépendantes.

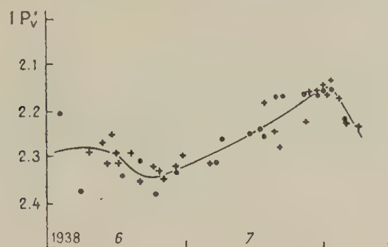


Fig. 4.

D. Observations les moins précises. — Cet exemple (*fig.* 5) montre le parti qu'on peut tirer de la méthode, même dans les conditions atmosphériques les moins stables. Le minimum d'algol est celui du 22-23 octobre 1938, il a pu être déterminé à environ 1 min près et 0,02 de magnitude

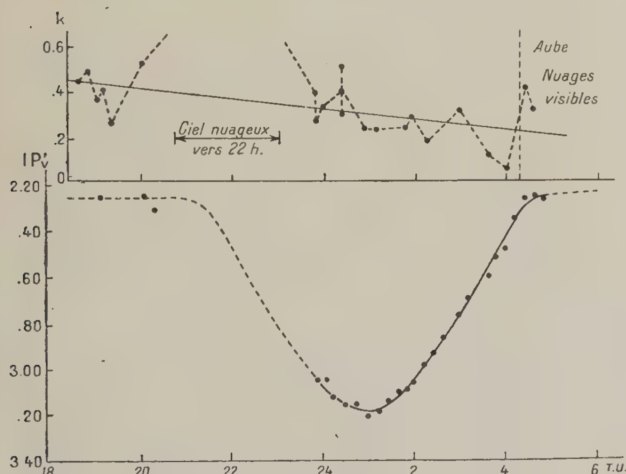


Fig. 5.

$$(\nu = 4 \text{ à } 8, \qquad \tau = 6 \text{ min}).$$

Nous avons ainsi obtenu les valeurs provisoires (la réduction sera reprise avec plus d'exactitude) :

$$\text{JJ } 2\,429\,194{,}544\,8 \pm 0{,}000\,8 \text{ (TU héliocentriques)},$$
$$-\mathfrak{M} = 3{,}20 \pm 0{,}02 \; (IP'_v).$$

Dans des circonstances plus favorables, il doit être possible de déterminer ce minimum avec des erreurs probables de l'ordre de 0,3 min et 0,01 magnitude. Cette précision est analogue à celle des mesures photoélectriques et dépasse de beaucoup celle des mesures visuelles courantes [7].

6. **Aperçu d'approximations d'ordre supérieur.** — *Absorption atmosphérique.* — On peut avoir intérêt, pour obtenir des valeurs plus précises de k, à descendre jusque vers $z = 84°$ à condition d'utiliser une table des masses d'air plus approchée, par exemple en utilisant la formule due à M. Danjon :

$$\Phi(z) = \sec z - 0{,}00084 \sec^3 z \qquad (z < 84°).$$

Il ne serait pas difficile non plus de mettre en évidence l'influence de $m(\lambda)$, c'est-à-dire dans la plupart des cas celle de C. On peut s'attendre à observer, lorsque C passe de $-0{,}2$ à $+1{,}6$, une variation de k voisine de $\pm 0{,}02$ m par rapport à celle qu'on obtient en première approximation : en général, la correction plus précise ne différera donc pas de plus de 0,02 m de celle faite jusqu'ici. Il faudrait enfin rechercher l'influence certaine de la scintillation; nous pensons toutefois que, sauf agitation exceptionnelle, la correction apparente qui en résulterait serait très faible, car elle se trouve déjà comprise en fait dans les valeurs observées pour k. Il sera d'ailleurs facile de s'en assurer.

Équation de position. — Sans rechercher le mécanisme physiologique du phénomène, on peut considérer que l'équation de position, dans les conditions définies plus haut, due à la présence extrafovéale de l'image de la 2e étoile, aura une amplitude dépendant de $\mathfrak{M}$ et de d. Il est vraisemblable, d'après les conditions aux limites évidentes, que ϖ décroîtra lorsque $\mathfrak{M}$ et d croîtront; et comme en pratique d diminue lorsque $\mathfrak{M}$ augmente (puisqu'on choisit toujours à une magnitude donnée des étoiles aussi voisines que possible), il est à prévoir que ϖ passera par un maximum vers une certaine magnitude voisine de 2 ou 3. Nos observations montrent effectivement une variation de cet ordre : $|\varpi_1|$ passant de 0,05 m vers $m = 1\text{-}2$, à 0,08 m vers $m = 3$ et retombant à 0,03 m vers $m = 3{,}8$. Il sera très facile d'en tenir compte.

Notons qu'il est inutile de rechercher les harmoniques supérieurs d'amplitude négligeable de $P(\theta)$ puisqu'on opère sur deux valeurs fixes de $\theta - \theta_0$.

Valeur du degré. — On pourra rechercher la variation probable (mais faible pour un observateur entraîné) de $\frac{d\mathfrak{M}}{d\mu}$ en fonction de $\Delta\mu$. Cette étude et l'utilisation de ses résultats éventuels ne paraît pas présenter de difficulté particulière. On pourrait aussi envisager l'influence possible de la couleur.

Mais on ne doit pas perdre de vue que les résultats obtenus jusqu'ici permettent d'affirmer que ces

corrections secondaires ne peuvent être que très petites (de un à trois centièmes probablement).

Nous laisserons pour le moment de côté la question des erreurs provenant du système de référence, question complexe, mais fondamentale pour profiter de toute la précision des corrections. Cette question nécessite à elle seule une étude complète, mais elle sort du problème étudié ici et pourra être exposée ultérieurement.

7. **Conclusion**. — Dans le cadre des méthodes très simples que nous venons d'indiquer, il semble donc permis d'affirmer, après étude de plus de 3000 observations faites depuis 1937, que la réalisation pratique, à l'œil nu, de mesures différentielles telles que

$$\varepsilon = \pm 0{,}01_5 \text{ m}, \qquad \varepsilon' = \pm 0{,}01_0 \text{ m},$$
$$\tau = 4 \text{ min}, \qquad \nu = 4$$

est actuellement parfaitement possible.

Il est inutile de souligner l'intérêt que pourrait présenter l'étude photométrique, par un groupe d'observateurs, de toutes les étoiles accessibles dans ces conditions.

J'adresse à M. Jean Cabannes, professeur à la Sorbonne, qui a bien voulu s'intéresser à ce travail, l'expression de ma très respectueuse gratitude.

Manuscrit reçu le 1er avril 1940.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] R. Rigollet, *B. S. A. F.*, 1936, **50**, p. 572.
[2] R. Rigollet et G. Oriano, *B. S. A. F.*, 1938, **52**, p. 419.
[3] C. P. Gaposchkin, *Harvard Photosivual Photometry; Harv. min.*, 1938, III, **1-2**.
[4] Kukarkin, *Public. Sternberg*, 1937, Vol. X.
[5] Seares, *Ap. J.*, 1938, **87**, p. 257.
[6] Huffer, *Ap. J,*, 1939, **89**, p. 139.
[7] Grouiller, *B. S. A. F.*, 1935, **49**, p. 367.

DISPERSION ET ABSORPTION DES SOLUTIONS DE DIPÔLES EN HAUTE FRÉQUENCE. EFFETS DES INTERACTIONS MOLÉCULAIRES

Par Pierre GIRARD et Paul ABADIE.

Sommaire. — L'étude comparative de la dispersion et de l'absorption en haute fréquence d'un alcool pur (alcool propylique) et de ses solutions dans différents hydrocarbures (benzène, hexane) montre les importantes répercussions qu'ont sur cette dispersion et cette absorption les interactions entre les dipôles d'alcool et les molécules non polaires du diluant. Une méthode s'offre ainsi à nous pour l'étude expérimentale de ces interactions que ces premières investigations montrent dépendantes de la structure des molécules.

L'étude expérimentale de la dispersion et de l'absorption des solutions de dipôles soumises à l'action d'un champ hertzien dont on fait varier la fréquence (la température étant fixée), nous a montré la remarquable influence qu'ont sur cette dispersion et sur cette absorption les molécules non polaires du diluant qui, elles, n'absorbent ni ne dispersent.

C'est la comparaison de la dispersion et de l'absorption de telles solutions avec celles des liquides purs correspondant qui montre cette importante influence.

Méthodes de mesures. — L'étude de la dispersion et de l'absorption des solutions apparaît tout de suite plus difficile que celle des liquides purs, du fait que c'est en grande partie dans des régions de très courts λ (ondes centimétriques) qu'elles absorbent et que leur C. D. varie avec λ. Deux problèmes se posent alors : la production de telles ondes centimétriques de longueur rigoureusement définie et constante pendant la durée d'une expérience, et l'élaboration de méthodes permettant, pour chacune de ces longueurs d'onde, des mesures précises de la C. D. et du coefficient d'absorption du milieu.

Nous disposions d'une gamme étendue de longueurs d'onde.

Les longueurs d'onde inférieures à 10 cm furent produites par deux magnétrons fabriqués par les Laboratoires du Matériel Téléphonique [1]; l'un d'eux était utilisé pour les ondes comprises entre 2,5 et 5 cm environ, l'autre pour celles comprises entre 5 et 10 cm environ.

Un autre magnétron de construction américaine émettait des ondes un peu plus petites que 11 cm. A partir de 17 cm les générateurs utilisés furent des oscillateurs Pierret ou Barkhausen avec des lampes triodes de différents modèles. Au delà du mètre, on avait à sa disposition les oscillateurs normaux utilisés en radioélectricité.

Quant aux méthodes de détermination du p. i. s. et de l'absorption des solutions, il pouvait paraître indiqué de s'adresser, tout au moins pour les longueurs d'onde inférieures à 10 cm, aux méthodes optiques qui furent mises à profit par Esau et Bäz [2] pour l'étude de la dispersion et l'absorption de liquides purs très absorbants dans cette région de longueurs d'onde (eau, alcools méthylique et éthylique). Mais l'expérience nous a montré qu'elles ne convenaient pas pour nos solutions. L'appareillage et la cuve utilisés doivent être à l'échelle de la longueur d'onde : miroir parabolique de très grande ouverture, réflecteur de grande surface, cuve d'une capacité d'une dizaine de litres ou davantage. En dehors de l'eau et de quelques alcools relativement peu coûteux, de tels volumes liquides deviennent prohibitifs. En outre, il est très difficile d'obtenir dans la cuve remplie de liquide, et sur une profondeur assez grande, un champ uniforme, très probablement en raison des réflexions sur les parois. Pour des liquides très absorbants, comme les alcools, dans la gamme des ondes centimétriques, ou ayant encore un indice de réfraction très grand comme l'eau pure, le défaut d'uniformité n'est guère sensible sur de très petites distances, mais il n'en est plus de même pour des solutions qui absorbent relativement moins ou qui ont une constante diélectrique relativement faible.

Nous avons donc eu recours à une méthode utilisant la propagation le long de fils immergés dans le liquide, soit en principe à la première méthode de Drude. Un premier système de fils traverse, dans le voisinage de l'axe, un tube cylindrique en verre contenant le liquide. Une extrémité de ces fils est couplée à l'oscillateur; une plaque de cuivre, placée perpendiculairement aux fils et déplaçable parallèlement à elle-même à l'aide d'une vis micromé-

(1) Nous sommes heureux d'adresser nos vifs remerciements à M. Deloraine, directeur des Laboratoires L.M.T. et à M. Clavier, ingénieur, qui ont bien voulu nous fournir des magnétrons et nous donner de précieux conseils pour leur emploi.

(2) *Physik. Z.*, 1937, **38**, p. 774.

trique, forme court-circuit à l'intérieur du liquide. Un deuxième système de fils est placé perpendiculairement au premier et couplé en un point convenablement choisi en avant de la paroi antérieure du tube. Il contient le système détecteur relié au galvanomètre. En déplaçant le pont le long des fils dans le liquide, on obtient une courbe ayant l'allure d'une sinusoïde amortie. Les distances entre les maxima (ou les minima) donnent la longueur d'onde λ_1 dans le liquide. D'autre part, en première approximation, on peut admettre que le rapport d'un maximum au suivant est égal à $e^{2\pi\chi}$, χ étant l'indice d'absorption du liquide et les déviations du galvanomètre étant proportionnelles aux carrés des courants passant dans le détecteur. En réalité, comme l'a montré H. W. Knerr (*Physical Review*, 15 novembre 1937, p. 1054-1067), une meilleure approximation est obtenue en tenant compte des réflexions à l'intérieur de la cuve sur la paroi antérieure de cette dernière. Les déviations données par le galvanomètre varient alors suivant la loi

$$\delta = k\left[A^2 + B^2 e^{-8\pi\chi\frac{x}{\lambda_1}} + 2AB\, e^{-4\pi\chi\frac{x}{\lambda_1}} \cos\left(4\pi\frac{x}{\lambda_1} + \delta\right)\right].$$

où x est la distance de la plaque à la paroi antérieure du tube et où A, B et δ sont des constantes. Autrement dit, on a une oscillation amortie autour d'une courbe moyenne qui s'élève exponentiellement quand x décroît. On vérifie expérimentalement que le rapport d'un maximum au suivant décroît au fur et à mesure qu'on s'enfonce dans le liquide et tend vers une limite qui est précisément $e^{2\pi\chi}$.

En réalité, pour être plus correct, il faudrait introduire, dans l'expression, des termes supplémentaires provenant des réflexions multiples entre le pont et la paroi intérieure de la cuve. Ces termes n'interviendraient que pour des valeurs faibles de x. Mais il y aurait alors à considérer un facteur que l'on néglige toujours devant l'absorption du liquide, c'est la résistance de la ligne en avant de la cuve. A moins d'opérer sur des liquides à absorption très forte, ce facteur modifie les rapports des premiers maxima. Il y a donc intérêt à le rendre le plus faible possible. Or, la résistance de la ligne est due, en majeure partie, au rayonnement, l'écart entre les fils n'étant plus une fraction petite de la longueur d'onde. A défaut de lignes concentriques dont la réalisation pratique serait difficile, on obtient une amélioration par rapport à la ligne double ordinaire en utilisant une ligne triple symétrique. L'emploi de cette ligne est tout indiqué avec les magnétrons L. M. T. qui comportent trois fils de sortie : un relié à l'anode, les autres aux deux extrémités du filament.

Enfin, pour que les réflexions par la paroi antérieure de la cuve soient le plus faible possible, il y a lieu d'utiliser, au lieu d'un disque de verre, une mince lame de liège. Moyennant ces précautions, nous avons pu relever des courbes correctes jusqu'à des longueurs d'onde un peu supérieures à 3 cm et il sera sans doute possible de descendre jusqu'à 2,5 cm λ_1 et χ étant déterminés comme on l'a dit plus haut; on a d'abord l'indice de réfraction $n = \frac{\lambda}{\lambda_1}$, et ensuite

$$\varepsilon' = n^2(1 - \chi^2) \qquad \text{et} \qquad \varepsilon'' = 2n^2\chi.$$

Pour les longueurs d'onde égales ou supérieures à 17 cm, nous utilisons une méthode (dérivée de la deuxième méthode de Drude) décrite par l'un de nous [3].

Dispersion et absorption de l'alcool pur et de ses solutions. — Comme nous l'avons dit, c'est la comparaison de la dispersion et de l'absorption d'une part de l'alcool pur et, d'autre part, de ses solutions dans des diluants non polaires, qui met en évidence l'influence des interactions moléculaires.

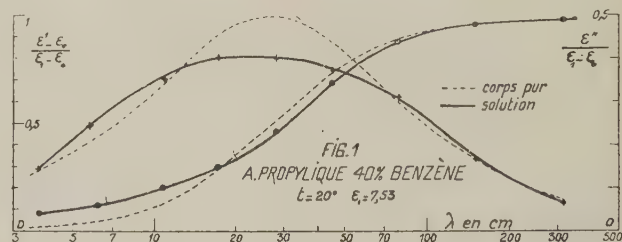


Fig. 1.

Pour faciliter cette comparaison, il convient d'éliminer les différences de hauteur des courbes de dispersion et d'absorption du liquide pur et de ses solutions. Ces différences sont liées aux valeurs différentes de la constante diélectrique statique (ε_1), d'autant plus petite en ce qui concerne la solution que celle-ci est plus diluée. A cet effet, au lieu des variations de ε' et de ε'', nous relèverons les variations de $\frac{\varepsilon' - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ et de $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ en fonction des λ. Quelle que soit alors la valeur de (ε_1) et *si rien d'autre que le champ alternatif ne vient influencer la rotation des dipôles*, toutes les courbes de dispersion devront aboutir par la même pente au même plateau auquel correspond une hauteur égale à l'unité; la hauteur correspondant au maximum de la courbe d'absorption étant toujours également la même (0,5). Quant aux différences de viscosité des deux milieux dont dépend la position des courbes sur l'axe des λ, il est facile d'en éliminer l'influence, puisque la théorie prévoit et que l'expérience confirme que, pour un liquide pur déterminé, cette position varie comme $\frac{\eta}{T}$.

La figure 1 reproduit, en traits continus, les

[3] ABADIE, Recherches sur la dispersion anormale des liquides polaires, *Thèse, Faculté des Sciences*, Paris, 1936.

courbes représentant les variations de $\frac{\varepsilon' - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ et de $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ en fonction des λ, d'une solution d'alcool propylique dans le benzène, et en traits discontinus les mêmes courbes relatives à l'alcool propylique pur dont on suppose la viscosité ramenée à celle de la solution benzénique. (Les variations de la température absolue sont petites par rapport aux variations corrélatives de la viscosité et leurs effets sur ε_1 et ε' relativement peu importants.) On voit que la courbe $\frac{\varepsilon' - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$, qui nous renseigne sur la dispersion de l'alcool dans le benzène est plus longue et plus aplatie que la même courbe relative à l'alcool pur. La courbe $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$, qui nous renseigne sur l'absorption de cette même solution benzénique, est également considérablement plus aplatie et plus étalée que la même courbe relative à l'alcool pur. Tout se passe comme si la rotation des dipôles dans le champ alternatif bien que commençant pour de petites valeurs de λ ($<$ 1 cm) était très gênée et freinée par l'action qu'exercent sur eux, à distance, les molécules de benzène.

Il est remarquable qu'il suffise d'ajouter, à des dipôles d'alcool, des molécules non polaires telles que celles du benzène pour perturber aussitôt profondément leur dispersion et leur absorption. Au lieu des courbes classiques identiques entre elles qu'on obtiendrait avec la plupart des liquides polaires (alcool, acide, aldéhyde, cétone, eau, etc.), à condition qu'ils soient purs, des courbes nouvelles apparaissent. Leur déformation, par comparaison avec les courbes du corps pur, étant plus ou moins marquées, comme nous le verrons plus loin, suivant la structure moléculaire du diluant. Ce résultat devient cependant compréhensible, si l'on remarque avec Van der Waals, qu'au sein d'un liquide pur, les interactions sont nulles (c'est à la limite des deux phases : air-liquide qu'elles s'exercent exclusivement). Dans l'intimité du liquide pur, la distribution symétrique des dipôles autour d'un dipôle donné implique une résultante nulle de ces interactions. Dans ces conditions, l'identité des courbes des divers liquides purs, devient facile à comprendre (ces courbes différant seulement par leur position sur l'axe des λ).

Au contraire, ces interactions apparaissent principalement entre molécules hétérogènes (celles du diluant et les dipôles), dès que la dilution commence à détruire cette symétrie. Ce sont les effets de ces interactions entre les molécules du benzène et les dipôles d'alcool que montre clairement la figure 1.

Dans la figure 2, les mêmes intervalles entre les mêmes dipôles d'alcool sont remplis, non plus par des molécules de benzène, mais par des molécules d'hexane.

Les déformations des courbes de la solution dans l'hexane par comparaison avec les courbes de l'alcool, sont encore ici très importantes. On est en outre frappé par le glissement de ces courbes vers les grands λ. La courbe $\frac{\varepsilon' - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ est encore plus allongée et plus aplatie que dans le cas de la solution

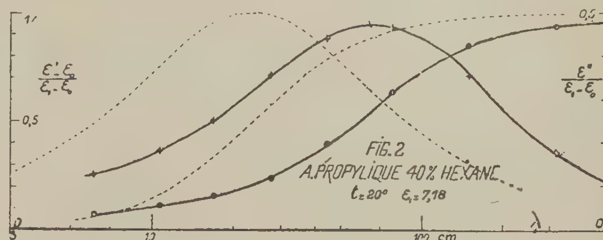


Fig. 2.

benzénique, marquant ainsi un plus fort empêchement de rotation des dipôles d'alcool par l'hexane que par le benzène. La courbe $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ est de même très allongée et déplacée vers les grands λ, l'énergie totale électromagnétique absorbée par la solution dans l'hexane dépassant celle absorbée par la solution benzénique.

Remarquons que le glissement vers les grands λ apparaîtrait aussi si la viscosité de la solution dans l'hexane était beaucoup plus grande que celle de l'alcool pur, l'accroissement du coefficient de frottement du milieu gênant la rotation des dipôles. Mais, bien entendu, ce n'est pas le cas ici, puisque les courbes de l'alcool pur ont été établies en supposant sa viscosité ramenée à celle de sa solution dans l'hexane (de même que dans la figure 1, nous avions ramené sa viscosité à celle de sa solution dans le benzène).

Ainsi, la comparaison des figures 1 et 2 fait apparaître de la façon la plus évidente l'action déterminante de la structure moléculaire du diluant sur les effets d'interactions.

Il semble bien qu'ici ce soit la saturation ou la non-saturation des valences du carbone dans la molécule du diluant qui entre surtout en ligne de compte. Les molécules en chaîne droite de l'hexane exerçant à distance sur les dipôles d'alcool un empêchement de rotation plus marqué que les molécules cycliques du benzène.

La rotation des dipôles dans le champ alternatif, dans la région de λ où les solutions absorbent et dispersent, nous apparaît donc comme un moyen de détection extrêmement sensible de ces interactions s'exerçant à distance entre molécules qu'imagina Van der Waals pour rendre compte des anomalies des gaz sous forte pression et des propriétés des liquides.

Ces effets d'interaction s'inscrivent ici directement sur les courbes des solutions et l'hypothèse de Van der Waals nous apparaît, pour la première fois, comme une réalité tangible.

*

Multiplicité des temps de relaxation. — Nos courbes de solutions rappellent beaucoup celles calculées par Yager [4] dans l'hypothèse de plusieurs temps de relaxation simultanés des dipôles, alors qu'on s'accorde à admettre, pour l'alcool pur pour lequel $\varepsilon''_{max} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)$, un seul temps de relaxation.

Il convient de rapprocher ce résultat expérimental de la théorie mathématique développée par Debye et Ramm [5]. Si, dans l'équation différentielle de la fonction de répartition des dipôles, on fait figurer, dans l'expression de leur énergie potentielle, non seulement l'action du champ alternatif sur leur moment de rotation, mais aussi un empêchement de rotation, on arrive, pour cette fonction de répartition à une expression approchée avec l'aide de laquelle on peut déterminer le moment moyen. Or, une caractéristique essentielle de l'expression du moment moyen qu'on trouve de cette manière, c'est qu'il apparaît, pour l'effet de dispersion, plusieurs temps de relaxation différents et simultanés. En sorte que le signe tangible de l'effet d'empêchement de rotation est précisément l'apparition de cette multiplicité de temps de relaxation simultanés.

Les courbes des figures 1 et 2 — solutions d'alcool dans l'hexane et le benzène — où ces molécules exercent sur les dipôles d'alcool un empêchement évident de rotation, sont en complet accord avec les conclusions mathématiques de Debye et Ramm.

ais, d'autre part, il convient de rappeler que, dans ces dernières années, Debye a proposé d'expliquer par un tel empêchement de rotation — conséquence de la structure quasi cristalline des liquides — la trop petite valeur de la polarisation des liquides purs par rapport à celle de leurs vapeurs ou de leurs solutions. C'est ici que le désaccord apparaît entre les données de l'expérience et cette représentation théorique.

On peut, en effet, remarquer :

1° Que les courbes de l'alcool pur ne comportent, comme nous l'avons dit, qu'un seul temps de relaxation, alors que ce sont précisément les courbes de ses solutions dont la polarisation (pour cette concentration de 40 pour 100) est déjà beaucoup plus élevée que celle du liquide pur qui montrent plusieurs temps de relaxation simultanés.

2° Nous avons déjà fait remarquer que cet empêchement de rotation est limité à la région de dispersion et d'absorption. Pour un λ suffisamment grand, il cesse d'être sensible, et la valeur de ε_1, correspond bien alors à une rotation maxima des dipôles. Cet empêchement de rotation n'influence donc en rien la valeur de la constante statique et de la polarisation de la solution.

C'est donc dans une autre direction qu'il faudra chercher la cause de la faible valeur de la polarisation des liquides purs par rapport à leurs vapeurs ou à leurs solutions.

Conclusions. — En somme, la comparaison de la dispersion et de l'absorption, dans le domaine des fréquences hertziennes d'un liquide polaire (alcool) et de ses solutions dans un diluant non polaire, nous apparaît comme une méthode pour l'étude expérimentale des interactions moléculaires. Cette méthode sera nécessairement comparative : soit que choisissant une sorte donnée de dipôles on substitue à un diluant non polaire un autre diluant non polaire, soit que choisissant un diluant on s'adresse à des dipôles de différentes sortes. C'est la première possibilité qui nous est offerte de pénétrer, de façon directe, dans ce domaine encore inexploré des interactions moléculaires dont on prévoit l'importance puisque, seule, la connaissance de ces interactions rendra possible une théorie de l'état liquide.

Enfin, nous ferons remarquer que l'état d'association des molécules d'alcool n'a d'influence que sur la valeur de ε_1. Aux différents alcools, depuis l'alcool méthylique, jusqu'aux alcools élevés, très différents par leur degré d'association, correspondraient — à viscosité égale — les mêmes courbes $\frac{\varepsilon' - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$ et $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}$. C'est le nombre des dipôles oscillant dans le champ alternatif qu'influence l'association et non pas la rotation de ces dipôles dans ce champ.

[4] W. A. Yager, *Physics*, 1936, **7**, p. 434.
[5] Debye et Ramm, *Annalen der Physik*, 1937, **28**, p. 28.

SUR L'EMPLOI DES LAMPES ÉLECTROMÈTRES POUR LA MESURE DE FAIBLES COURANTS CONTINUS. I

Par M. Anatole ROGOZINSKI.

Laboratoire de Physique Cosmique de l'Observatoire de Meudon.

Sommaire. — On étudie d'abord en détail le montage le plus simple, comprenant une seule lampe électromètre, et l'on expose les relations fondamentales qui régissent son fonctionnement. On examine ensuite le montage à deux lampes montées en pont. On en souligne les avantages et l'on décrit les différents modes de son réglage. L'auteur reproduit le montage détaillé dont il se sert depuis plusieurs années.

Le dernier montage étudié dans la première partie du présent travail est le montage à « grille isolée ». L'auteur insiste particulièrement sur les conditions rationnelles de son emploi et examine le rôle important du choix du point de fonctionnement de la lampe. Il indique les sensibilités qu'il est alors possible d'atteindre et dont les valeurs limites sont de l'ordre de 10^{-17} A.

I. INTRODUCTION.

1. Depuis plusieurs années, nous nous servons de lampes électromètres pour la mesure de très faibles courants continus, allant jusqu'à 10^{-17} A. Ces lampes fonctionnent d'une façon très satisfaisante et présentent certains avantages indéniables sur les électromètres électrostatiques de sensibilité comparable. Mais leur emploi rationnel exige une série de précautions et de conditions que nous nous proposons de résumer dans la présente étude.

Les travaux consacrés à ce sujet sont peu nombreux et, en général, n'examinent le problème que très partiellement. Ces raisons nous ont conduit à élargir et à compléter légèrement le cadre de cet exposé. Aussi, discuterons-nous d'une manière plus détaillée les différentes méthodes de mesure des courants faibles faisant appel aux lampes électromètres. Nous nous bornons ici à l'étude des lampes triodes, mais les procédés décrits s'appliquent également, à quelques détails près, à d'autres types de lampes.

2. La qualité d'une lampe électromètre dépend essentiellement des trois facteurs suivants :

1° *L'isolement proprement dit de la grille.* — On l'accroît par l'emploi de verres spéciaux très peu conducteurs et par le maintien de la lampe dans une atmosphère desséchée (ou mieux dans le vide), à l'abri de la lumière.

2° *Le courant direct où inverse de grille.* — On le réduit en réalisant dans l'ampoule le meilleur vide possible, en abaissant la température du filament par des revêtements appropriés, et, enfin, en maintenant les tensions appliquées aux différentes électrodes au-dessous du potentiel d'ionisation du gaz résiduel dans la lampe.

3° *La pente.* — Elle est généralement de beaucoup inférieure à celle des lampes ordinaires, et cela en raison des conditions énumérées plus haut. Néanmoins, avec des montages relativement simples, et avec un galvanomètre de sensibilité moyenne, il est possible d'atteindre et même de dépasser des sensibilités de 1 div/mV.

Une lampe fonctionnant dans des conditions normales présente un courant de grille de l'ordre de 10^{-15} A, et un isolement apparent de l'ordre de 10^{16} ohms. On peut ainsi intercaler, sans inconvénient, dans le circuit de grille, des résistances de fuite de 10^{12} ohms et mesurer, par conséquent, des courants de 10^{-15} A. Pour accroître la sensibilité, il aurait fallu augmenter la valeur de la résistance de fuite. Mais nous verrons, par la suite, que cette manière de procéder présente des inconvénients très graves. La seule méthode applicable dans ce cas est celle de « la grille isolée », grâce à laquelle on parvient à étendre le domaine des mesures jusqu'à 10^{-17} A.

II. MONTAGES.

a. **Montage à une seule lampe.** — 1. Bien que ce montage soit le plus simple et le plus classique (*fig.* 1 *a*), nous avons tenu à traiter ce cas qui nous servira de point de départ pour l'étude des montages plus sensibles et plus compliqués.

On réalise ici un genre de pont simplifié dont le schéma équivalent est celui de la figure 1 *b*.

En choisissant les valeurs appropriées de la branche de compensation DCB, on parvient à compenser le courant permanent de plaque. C'est ainsi que le galvanomètre intercalé entre B et D ne mesurera que la variation de courant plaque consécutive à une variation de la tension grille.

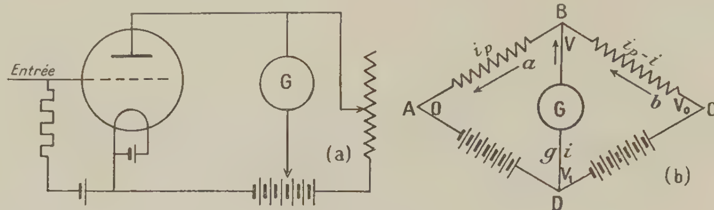


Fig. 1.

Avant d'écrire les équations de ce pont, nous remarquerons que les résistances internes des branches AD et DC peuvent être négligées et que la résistance de la lampe n'est pas, en général, ohmique.

Le sens des courants étant celui indiqué par les flèches, désignons par i_p, i et $i_p - i$, les courants qui traversent respectivement les branches AB, BD et BC, par O, V, V_0 et V_1 les potentiels respectifs des quatre sommets A, B, C et D, enfin par b et g les résistances correspondant à BC et BD.

Un calcul facile donne

$$V = V_2 - R_p i_p, \tag{1}$$

avec $V_2 = \dfrac{bV_1 + gV_0}{b+g}$ et $\dfrac{1}{R_p} = \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{g}$.

Quand le pont est équilibré, alors

$$V = V_1 = V_0 - b\,i_p. \tag{1'}$$

Or, V, i_p et V_g (la tension de grille) étant reliés par la relation

$$V = \varphi(i_p, V_g), \tag{2}$$

on peut écrire, en nous bornant aux accroissements du second ordre,

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial i_p}\Delta i_p + \frac{\partial V}{\partial V_g}\Delta V_g + \frac{\partial^2 V}{\partial i_p^2}\Delta i_p^2 + 2\frac{\partial^2 V}{\partial i_p \partial V_g}\Delta i_p \Delta V_g + \frac{\partial^2 V}{\partial V_g^2}\Delta V_g^2. \tag{3}$$

Posons

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial V}{\partial i_p} = a = \text{résistance interne de la lampe,} \\ &\frac{\partial V}{\partial V_g} = k = \text{coefficient d'amplification,} \\ \text{et}\quad &\frac{\partial^2 V}{\partial i_p^2} = \frac{\partial a}{\partial i_p} = A; \end{aligned}\right\} \tag{3'}$$

cette dernière grandeur détermine la courbure de la caractéristique plaque, et nous l'admettrons petite.

Comme on peut considérer k comme une constante pratiquement indépendante des autres facteurs [H. Barkhausen, *Lehrbuch der Elektronenröhren*, 1931, vol. 1, p. 80 et suiv. (Hirzel, Leipzig)], on négligera les expressions

$$\frac{\partial^2 V}{\partial i_p \partial V_g} = \frac{\partial k}{\partial i_p} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 V}{\partial V_g^2} = \frac{\partial k}{\partial V_g}.$$

Si le circuit comprend une résistance plaque R_p, nous avons

$$\Delta V = -R_p \Delta i_p = a\Delta i_p - k\Delta V_g + A\Delta i_p^2, \tag{4}$$

ce qui peut s'écrire

$$A\Delta i_p^2 + (a + R_p)\Delta i_p - k\Delta V_g = 0,$$

d'où, en tenant compte de ce que A est petit, on obtient

$$\Delta i_p = \frac{k\Delta V_g}{a + R_p} \times \left[1 - \frac{k\Delta V_g}{(a+R_p)^2}A\right]. \tag{5}$$

Pour A = 0, ou pour des accroissements ΔV_g suffisamment petits, on retrouve la formule classique

$$\Delta i_p = \frac{k\Delta V_g}{a + R_p}. \tag{6}$$

Calculons la *pente apparente p* du montage. Celle-ci est définie par le rapport $\dfrac{\Delta i}{\Delta V_g}$, où

$$\Delta i = \frac{b}{b+g}\Delta i_p$$

représente la variation du courant dans le galvanomètre G, provoquée par une variation ΔV_g de la tension grille.

Or, en tenant compte de (6), on a

$$\Delta i = \frac{kb\Delta V_g}{a(b+g) + bg} \tag{7}$$

et

$$p = \frac{\Delta i}{\Delta V_g} = \frac{k}{a}\frac{1}{1 + \frac{g}{c}}, \tag{8}$$

avec

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Une question se pose aussitôt. Quelles valeurs doit-on donner à g et b pour que p soit maximum ?

En ce qui concerne g, on voit immédiatement que p tend vers un maximum, lorsque g tend vers o [1].

Pour deux valeurs distinctes g et g_1, le rapport des pentes correspondantes p et p_1, est

$$\frac{p}{p_1} = \frac{1 + \frac{g_1}{c}}{1 + \frac{g}{c}}.$$

Or, $\frac{g}{c}$ et $\frac{g_1}{c}$ étant toujours petits par rapport à 1, on peut écrire

$$\frac{p}{p_1} = 1 + \frac{g_1 - g}{c}.$$

Dans le cas limite, où $g_1 = 0$, c'est-à-dire $p = p_0 = \frac{k}{a}$ (par définition, pente de la lampe au point de fonctionnement), on a

$$p = \frac{k}{a}\left(1 - \frac{g}{c}\right) = p_0\left(1 - \frac{g}{c}\right). \qquad (8')$$

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{g}{c}$$

L'expression $\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{g}{c}$ représente la *perte de sensibilité* due à la résistance du galvanomètre.

La recherche de l'optimum de b est plus délicate; car dans la formule (8) a doit être considéré comme fonction de b. La condition à satisfaire est alors

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}b} = k\,\frac{ag - b(b+g)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}b}}{(ab + bg + ag)^2} = 0,$$

c'est-à-dire

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}b} = \frac{ag}{b(b+g)}. \qquad (9)$$

Calculons $\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}b}$, pour un V_g donné, au point de fonctionnement du système. Ce point est déterminé par l'intersection de la caractéristique (2) avec la droite (1) ou (1').

L'élimination de V entre les deux équations, conduit à la relation

$$i_p = \psi(b), \qquad (10)$$

d'où, en tenant compte de (3'),

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}b} = A\psi' \qquad (11)$$

et, en définitive, l'optimum de b sera donné par la condition.

$$A\psi' = \frac{ag}{b(b+g)}. \qquad (12)$$

[1] Quand nous envisageons g variable, nous entendons comparer divers galvanomètres de *sensibilité en courant égale*, mais de résistance interne variable.

Cette formule attire une remarque immédiate :

Aussi longtemps que le point de fonctionnement demeure sur la partie rectiligne de la caractéristique, on a constamment $A = 0$ et $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}b} \geqslant 0$, c'est-à-dire qu'il ne peut pas y avoir d'optimum pour b. La pente apparente augmente avec b.

Mais lorsqu'on donne à b une valeur suffisamment élevée, on fait pénétrer le point de fonctionnement dans la partie courbe de la caractéristique, où cette pente pourra alors atteindre son maximum.

Nous dirons, dans les remarques finales, quelques mots sur les conditions de travail dans cette région de la caractéristique.

2° C'est un fait expérimental que dans les conditions d'emploi d'une lampe électromètre, la détection de 0,1 mV à la grille doit être considérée comme une limite de ce que l'on peut atteindre. Avec le montage que nous venons d'examiner, on réalise facilement un zéro stable (à la dérive près) pour une sensibilité de 1 div du spot du galvanomètre par millivolt à la grille. En prenant des précautions minutieuses, on peut doubler ou tripler cette sensibilité. Mais, pratiquement, nous considérons la sensibilité de 1 div/mV comme limite. Par contre, avec le montage à deux lampes, on peut dépasser aisément cette limite et même atteindre une sensibilité de 10 div/mV.

Indépendamment de la dérive, les limites en question sont imposées par l'existence du bruit de fond dont l'amplitude peut atteindre 0,1 mV. Lorsqu'il s'agit de courants non continus, ou de la mesure d'impulsions brèves, la limite de sensibilité pourra être étendue jusqu'au domaine de l'amplitude moyenne du bruit de fond dont la valeur est ordinairement de quelques microvolts seulement.

Pour fixer les idées, calculons la sensibilité s (en A/div) du galvanomètre qui convient. Une variation de $\Delta V_g = 1$ mV à la grille doit donner une variation de courant

$$\Delta i = p_0\left(1 - \frac{g}{c}\right).10^{-3} = s.$$

Or, en admettant

$$p_0 = 40\ \mu\mathrm{A/V},$$

$$g = 500\ \varpi, \qquad b = 5\,000\ \omega \qquad \text{et} \qquad a = 20\,000\ \omega,$$

on trouve

$$s = 3,5.10^{-8}\ \mathrm{A/div}.$$

On peut donc choisir un galvanomètre d'une sensibilité très moyenne, *l'avantage d'un galvanomètre plus sensible étant tout à fait illusoire.*

L'amplification en courant réalisée avec une lampe électromètre est considérable. Nous avons déjà vu que l'on peut mettre sans inconvénient dans le circuit de grille une résistance de fuite de 10^{12} ohms. Or, un courant de $\Delta i_e = 10^{-15}$ A, à

l'entrée, produisant une variation de tension $\Delta V_g = 10^{-3}$ V aux bornes de la résistance de fuite, provoque dans le galvanomètre envisagé une variation de courant $\Delta i = s = 3,5 . 10^{-8}$ A. L'amplification cherchée est ainsi égale à

$$\frac{\Delta i}{\Delta i_c} = 3,5 . 10^7.$$

Nous verrons plus loin qu'avec un montage à « grille isolée », il est possible de dépasser largement cette valeur, pourtant considérable, et d'aller même au delà de 10^9.

Avant d'aborder l'étude du montage, à deux lampes, nous tenons à souligner que le montage à une seule lampe suffit en général lorsque les mesures à effectuer n'exigent que des temps relativement courts, par exemple, n'excédant pas 1 h; par contre, l'autre montage s'impose chaque fois que les mesures ou les enregistrements s'étendent sur de longues durées.

b. **Montage à deux lampes**. — 1° L'avantage essentiel du montage à une lampe est sa simplicité extrême. Par contre, son plus grave défaut réside dans la dérive inévitable du spot de galvanomètre. Cette dérive résulte principalement de la décharge lente de l'accumulateur de chauffage du filament.

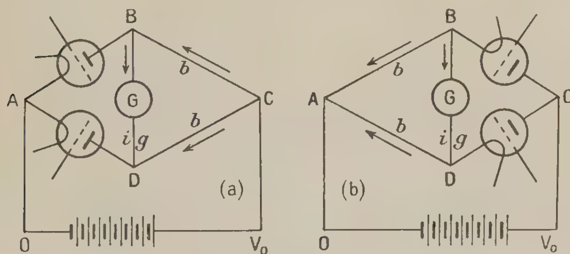


Fig. 2.

Le débit de la source de l'alimentation plaque étant beaucoup — de l'ordre de 1000 fois — plus faible, on pourra, dans la plupart des cas, négliger la dérive occasionnée par la variation de la tension plaque qu'il est facile d'ailleurs de maintenir rigoureusement constante pendant de longues durées. On peut atténuer la dérive dans de fortes proportions par l'emploi d'accumulateurs de forte capacité, mais on n'arrive presque jamais à la supprimer complètement. Plusieurs montages de compensation — surtout avec des lampes bigrilles — ont été proposés pour réduire cet effet, mais lorsqu'il s'agit de faire des mesures ou des enregistrements de longue durée, le seul montage efficace est celui à deux lampes équilibrées.

Dans ce montage, les courants plaque des deux lampes se compensent mutuellement. Il en est de même des variations de ces courants, résultant de tous les changements qui peuvent survenir dans les éléments du montage et qui affectent les deux lampes simultanément. La compensation ne se trouve pas réalisée, naturellement, pour les fluctuations provenant du bruit de fond propre à chaque lampe.

2° Nous supposerons les deux lampes aussi identiques que possible. Nous verrons plus loin comment on peut compenser les faibles différences qui existent en réalité entre elles.

La représentation schématique de ce montage (*fig.* 2 *a*) est équivalente à un pont de Wheatstone dont les branches AB et AD sont constituées par les lampes, A étant le point commun des côtés négatifs des filaments, et les branches BC et DC par les résistances *b*. Le galvanomètre, de résistance *g*, est branché entre B et D.

Une autre variante du montage, qui peut présenter parfois un certain avantage, est reproduite dans la figure 2 *b*. Ici, C est le point commun des plaques, et B et D les extrémités négatives des filaments respectifs.

Le calcul de la pente apparente *p*, à partir des équations du pont, où l'on a négligé la résistance de la pile, conduit à une expression analogue à (8)

$$p = \frac{k}{2a} \frac{1}{1 + \frac{g}{2c}}, \qquad (8')$$

avec

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

La discussion relative aux valeurs optimum de *g* et de *b* est, à peu de chose près, la même que dans le cas d'une seule lampe. On remarquera que, à *g* égal, la perte de sensibilité est moitié moindre dans le cas présent. La relation (12) devient maintenant

$$A\psi' = \frac{ag}{b(2b + g)}.$$

La différence la plus importante réside ici dans le fait que la pente apparente — abstraction faite de la faible correction que représente la perte de sensibilité — est moitié seulement de celle du premier montage étudié. Mais la stabilité du zéro étant considérablement accrue, la possibilité d'emploi d'un galvanomètre plus sensible, permet de compenser largement cette diminution de la pente.

2. Nous avons admis jusqu'à présent que les deux lampes étaient parfaitement identiques. En réalité, deux lampes, même soigneusement triées, présentent toujours des différences rendant nécessaire un réglage empirique des divers éléments du montage. Or, comme la stabilité du système et, par conséquent, l'une des qualités essentielles du montage dépend surtout de ce réglage, nous y insisterons plus particulièrement, en décrivant d'une façon détaillée le montage que nous avons adopté depuis plusieurs années (*fig.* 3).

La partie névralgique du système est constituée par l'ensemble des éléments d'alimentation du filament et le réglage d'équilibre portera d'abord sur ces éléments. On procède de la manière suivante :

1° Le curseur du potentiomètre R_1 étant au milieu, on fixe la position du curseur du rhéostat R_2 de telle façon que la tension aux bornes du filament soit celle indiquée par le constructeur (ou une autre, si l'on désire faire fonctionner la lampe dans des conditions particulières exceptionnelles). On ramène alors le spot au zéro, en agissant sur le potentiomètre R_3 et sur le réglage fin R_4.

2° On cherche ensuite une position du curseur de R_1 telle qu'en augmentant R_2 — c'est-à-dire en diminuant la tension de chauffage du filament V_f, comme cela se réalise automatiquement au cours du fonctionnement de l'appareil — le spot demeure immobile. On a alors équilibré le pont par rapport au chauffage du filament.

Pour donner une idée de l'efficacité d'un tel réglage, nous reproduisons ci-contre (*fig.* 4, tracé supérieur), à titre d'exemple, l'enregistrement, au cours de 24 h, d'un faible courant d'ionisation dû au rayonnement cosmique. Chaque millimètre correspond ici à un courant de 10^{-15} A. L'autre tracé, obtenu par hasard, illustre un cas, où l'accumulateur de chauffage du filament s'était complètement déchargé au cours d'une nuit. On constate que le spot a inscrit une ligne sinueuse d'amplitude relativement faible. Or, avec un montage à une seule lampe, le déplacement du spot serait incomparablement plus important, car, celle-ci étant éteinte et le courant de compensation n'étant plus contrebalancé par celui de la lampe, le galvanomètre aurait alors à supporter une charge tout à fait inadmissible.

En langage des courbes, le réglage examiné se traduit par ce que, *pour une tension plaque donnée*, les déformations des deux caractéristiques plaque,

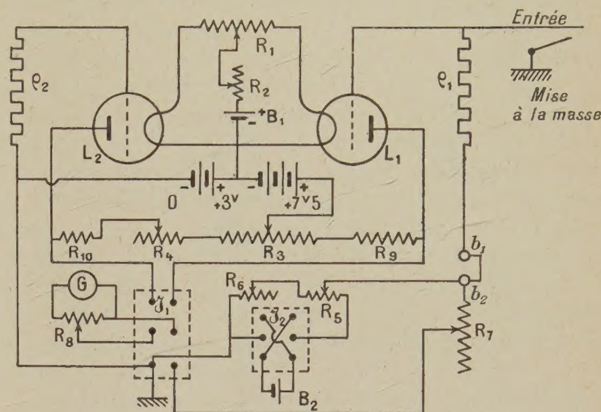


Fig. 3.

résultant de la diminution du courant de chauffage, ou, en d'autres termes, les deux variations des pentes ont exactement la même valeur. Ceci cesse d'être rigoureusement vrai, si les résistances internes des lampes au point de fonctionnement ne sont pas identiques, car alors l'équilibre est réalisée seulement pour une certaine tension plaque et ne l'est plus pour une tension différente. On a proposé de shunter les lampes par des résistances d'équilibre qui rendent le système indépendant de la tension plaque. On est ainsi amené à utiliser des rhéostats ou des potentiomètres de forte valeur (de l'ordre du MΩ) qui présentent toujours des contacts fort imparfaits et qui sont d'un réglage très délicat.

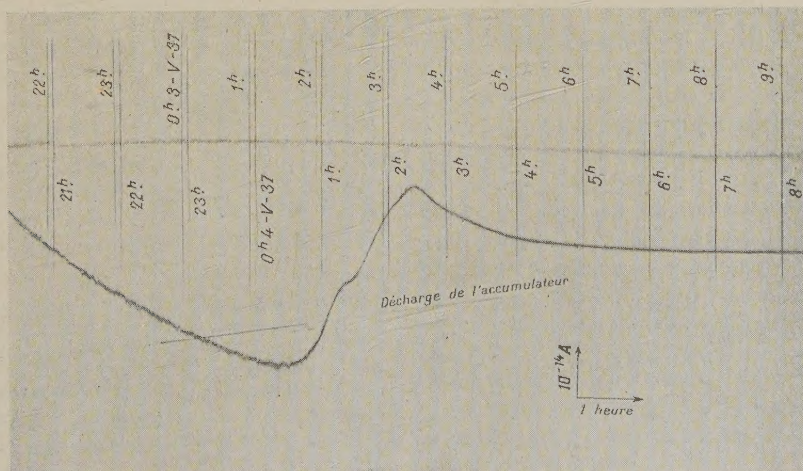


Fig. 4.

Nous avons étudié un système de compensation de la tension plaque un peu différent (*fig.* 5). L'égalisation des résistances internes se fait ici à l'aide de rhéostats de faible valeur R_{11}, R'_{11} et R_{12}; on procède d'une manière analogue dans le cas du réglage de l'alimentation du filament, en agissant sur R_{11}, R'_{11} et R_{12}.

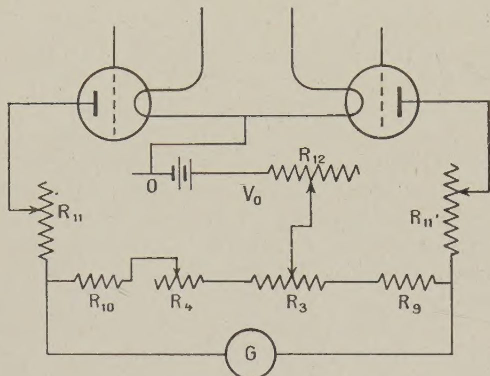


Fig. 5.

On parvient ainsi, avec un peu de patience, à un réglage empirique parfait du système, tant en ce qui concerne la tension de chauffage que la tension plaque.

Il est d'ailleurs rare que la tension plaque introduise des perturbations. Aussi avons-nous renoncé à ce réglage, en nous bornant au montage plus simple de la figure 3. Toutefois, dans des mesures exceptionnelles de très longue durée, nécessitant des enregistrements automatiques, comme cela se produit, par exemple, dans les recherches sur le rayonnement cosmique, il faudra en tenir compte et utiliser le montage complet que nous venons d'étudier.

En ce qui concerne la résistance de fuite ρ_2 de la lampe témoin L_2, elle doit, en principe, avoir la même valeur que celle de la lampe de mesure L_1. En réalité, on peut la supprimer et relier la grille de la lampe directement à la batterie de polarisation. La suppression de cette résistance rend la grille légèrement plus positive, à cause de la variation de tension, provoquée par le courant de grille, aux bornes de ρ_2. Si l'on admet un courant de grille de quelques 10^{-15} A et une résistance de fuite même de $10^{12}\,\omega$, la chute de tension n'excède pas quelques millivolts et n'amène, par conséquent, aucune perturbation dans le fonctionnement de l'appareil. On sait, d'autre part, qu'un rayonnement électromagnétique parasite rend généralement la grille de la lampe plus négative, par suite des propriétés détectrices qu'introduit la courbure de la caractéristique du courant de grille. A ce point de vue, l'absence de la résistance de fuite constitue un facteur favorable, car elle rend précisément la lampe détectrice insensible à tout rayonnement parasite.

Mentionnons encore que, à part l'accumulateur de chauffage, toutes les sources de tension sont constituées par des piles sèches du genre « pile pour lampe de poche ». Par suite des faibles courants qu'elles débitent, ces piles peuvent assurer une marche continue de l'appareil durant plusieurs mois.

Nous terminerons la description de notre montage, en donnant quelques détails sur le dispositif de compensation pour les mesures de zéro que nous avons adopté et qui nous donne entière satisfaction.

Dans certains cas (*voir* les Remarques finales), il est plus rationnel de déduire le courant à mesurer non pas de la déviation du spot, mais de la variation de tension qu'il faut appliquer à la résistance de fuite pour ramener le spot au zéro. Nous pouvons ainsi mesurer avec un millivoltmètre la chute de tension aux bornes de cette résistance et le galvanomètre joue alors le rôle d'un appareil de zéro.

Afin de faire l'économie de ce nouvel appareil de mesure, nous utilisons le même galvanomètre comme millivoltmètre. Cette solution présente, en outre, l'avantage appréciable de mettre à notre disposition un millivoltmètre de *grande résistance interne*. C'est ainsi que l'inverseur bipolaire I_1 peut brancher le galvanomètre soit sur les lampes, soit dans le circuit, où il joue le rôle du millivoltmètre. L'étalonnage correspondant se fait en ajustant convenablement le rhéostat R_7. L'inverseur bipolaire I_2 permet une compensation positive ou négative.

c. **Montage à « grille isolée »** (¹). — Lorsqu'on cherche à accroître considérablement la sensibilité des mesures, on est contraint d'avoir recours à la méthode de la « grille isolée ». On sait que lorsqu'on isole la grille, après l'avoir portée à un potentiel négatif de quelques volts par rapport au filament, elle se charge positivement par un courant appelé courant inverse de grille qui est la résultante d'une série de courants partiels d'origines diverses. Le potentiel de la grille tend vers une limite, où le courant s'annule. Inversement, lorsque le potentiel de la grille isolée se trouve initialement au delà de cette limite, il y est ramené par un courant négatif qui constitue alors le courant de grille normal. Cette limite détermine ainsi le point de fonctionnement, où la lampe se trouve en équilibre stable.

(¹) On dit qu'une lampe fonctionne « la grille isolée » quand celle-ci n'est reliée par aucune résistance extérieure — en dehors de sa résistance d'isolement proprement dit — à un point quelconque du circuit de la lampe.

Nous n'avons pas retenu l'expression courante de « grille en l'air » dont la signification est peu apparente et devient même absurde quand on est amené à placer la lampe dans le vide.

Nous avons résolument rejeté l'expression irrationnelle de « grille flottante » adoptée par certains auteurs qui l'ont traduite littéralement de l'expression anglaise de «floating grid».

L'isolement de la grille étant de l'ordre de 10^{15} à 10^{16} ohms, la résistance apparente du circuit de la grille est pratiquement identique à la résistance interne de l'espace grille-cathode. La valeur de cette dernière résistance est particulièrement élevée pour de fortes polarisations négatives de la grille, mais baisse rapidement lorsqu'on s'approche de la limite dont il était question plus haut.

Les courants de grille sont extrêmement sensibles au potentiel plaque. C'est ainsi qu'en faisant passer ce dernier de + 4 à + 5, ou de + 4 à + 3 V, on observe respectivement un accroissement ou une diminution de ce courant dans une proportion qui peut être de l'ordre de 1 à 10. Dans le second cas ($V_p = + 3\ V$) le courant inverse de grille, pour une polarisation $V_g = - 3$ V, est de l'ordre de 10^{-16} A et la résistance apparente de la grille est telle que l'on peut la considérer comme pratiquement infinie. La lampe fonctionne alors comme électromètre pur de très haute sensibilité et il devient possible de déceler avec certitude des *charges* de quelques 10^{-6} U.E.S.

On démontre aisément que, dans le cas présent, l'amplification en courant est donnée par l'expression $\frac{pt}{C}$, où p est la pente apparente [voir formules (8) ou (8')], t le temps et C la capacité électrostatique du circuit de la grille. On trouve ainsi que, par exemple pour $p \simeq 20$ μA/V, $C \simeq 10$ cm et t ne dépassant pas 10 min, *l'amplification en courant devient supérieure à* 10^9.

D'une manière générale, l'emploi rationnel de la méthode de la « grille isolée » exige un courant de grille aussi faible que possible et, par conséquent, une tension plaque très réduite (de l'ordre de + 3 V), car, en dehors de son influence sur la résistance apparente du circuit de la grille, ce courant provoque toujours une dérive plus ou moins gênante et souvent même prohibitive.

Si l'on ne compense pas le courant de grille, on procédera comme dans le cas d'un électromètre électrostatique ordinaire présentant une fuite. Le courant réel s'obtient en faisant la différence entre le courant mesuré et la fuite préalablement déterminée.

On peut cependant compenser le courant de grille. A cet égard, nous distinguerons trois groupes de procédés.

1° *Compensation à l'aide d'une petite chambre d'ionisation.* — Dans cet ordre d'idées, la méthode la plus sûre, à notre avis, consiste à utiliser comme agent ionisant une source infime de rayons β d'une substance radioactive de longue vie. En effet, pour compenser un courant de l'ordre de 10^{-16} A, qui équivaut à environ 600 électrons par seconde, il suffit de quelques rayons β par seconde, totalisant dans la chambre un parcours d'une vingtaine de centimètres (en admettant pour l'ionisation spécifique de ces rayons la valeur de 30 paires d'ions par centimètre). Le courant à compenser étant positif, on appliquera à la chambre une tension négative. La tension de saturation n'excède pas alors quelques volts. Nous n'insisterons pas ici sur la façon de régler le courant de compensation à une valeur adéquate.

Nous déconseillons vivement l'utilisation des particules α au lieu des rayons β, car, étant donné l'énorme pouvoir ionisant de ces particules, la compensation serait essentiellement discontinue et détruirait fatalement la stabilité du zéro. On pourrait cependant parvenir au même résultat qu'avec les rayons β, mais alors il faudrait n'utiliser qu'une faible partie du parcours des particules α et d'augmenter leur nombre, ou bien employer une chambre à pression réduite afin de diminuer ainsi leur ionisation spécifique. Ces deux remarques suffisent, croyons-nous, pour mettre en évidence les graves défauts de la méthode.

On pourrait également soumettre la chambre à un faible rayonnement γ, mais ici naissent d'autres difficultés : on peut soustraire difficilement les lampes à l'action de ce rayonnement, et il est imprudent de les irradier, car les photoélectrons émis sous l'action du rayonnement par le verre de la lampe suffisent pour lui donner une charge qui, par induction sur le système isolé, provoque aussitôt un déplacement d'équilibre. D'autre part, si les lampes ne se trouvent pas dans une enveloppe où l'on a fait le vide, on risque d'ioniser l'air autour de la lampe et de provoquer un courant parasite important. Enfin, le genre des mesures à exécuter peut être influencé déjà par cette source de rayons γ. A ce propos, signalons le fait qu'en maintenant une faible différence de potentiel, de signe convenable, entre l'enveloppe et la grille de la lampe, on peut parvenir à la compensation cherchée par le seul courant d'ionisation qui prend naissance sous l'action du rayonnement cosmique et radioactif ambiant dans l'air qui entoure la lampe.

Il convient également d'insister sur le fait que, dans le cas surtout des particules α on doit s'assurer, que l'on a atteint le courant de saturation, car la région initiale de la courbe de saturation introduit une résistance apparente telle, que l'avantage de la méthode de la « grille isolée » peut se trouver simplement annulé.

Les conditions énumérées étant satisfaites, on pourra alors apprécier des courants inférieurs au dixième du courant compensé, c'est-à-dire inférieurs à 10^{-17} A.

Remarquons finalement que cette méthode s'applique également au montage simple à une lampe.

2° *Compensation par égalisation des dérives des deux lampes.* — La méthode consiste à faire fonctionner la lampe témoin la « grille isolée ». Mais comme les courants de grille ne sont jamais identiques, il faudrait pourvoir cette lampe d'un conden-

sateur variable, isolé à l'ambre ou au quartz, de manière à ce que les variations de potentiel des deux lampes soient identiques en fonction du temps. Naturellement, on prendra pour lampe de mesure celle qui présente le courant le plus faible. Signalons toutefois les inconvénients de cette méthode. D'abord, il est très malaisé de se procurer le condensateur variable, bien isolé, dont nous venons de parler. Ensuite, au bout d'un certain temps, les potentiels des deux grilles peuvent s'accroître d'une quantité suffisante pour que les pentes deviennent très sensiblement différentes de celles du point de fonctionnement initial, car nous travaillons toujours dans la partie courbe de la caractéristique.

On peut égaliser les deux courants de grille sans avoir recours au condensateur variable, en agissant sur le potentiel plaque de la lampe correspondante. Mais alors on détruit, dans une mesure plus ou moins importante, l'équilibre réalisé vis-à-vis des autres facteurs. Il est toutefois possible de parvenir, après quelques tâtonnements, à un résultat fort satisfaisant. La seconde des deux objections citées tout à l'heure reste ici naturellement valable.

3° *Choix du point de fonctionnement dans la région du courant de grille nul.* — Jusqu'ici, la résistance apparente de la grille était pratiquement infinie et la lampe se comportait comme un électromètre ordinaire (à la dérive près). Or, comme nous l'avons vu, ceci était dû au fait que la résistance de l'espace grille-cathode, pour des polarisations de grille voisines de -3 V, était très élevée.

Nous avons vu également que la grille, isolée et abandonnée à elle-même, atteint finalement un potentiel pour lequel le courant de grille s'annule. La courbe du courant traverse ici l'axe des V_g. A partir de ce moment, le potentiel de la grille demeure invariable. En choisissant ce point comme point de fonctionnement, on arrive à des sensibilités très élevées, car la pente qui y correspond est relativement forte. Mais la résistance grille-cathode n'a plus ici une valeur très élevée. Nous avons trouvé que cette résistance était de l'ordre de 3.10^{13} ohms seulement. On retombe ainsi sur l'inconvénient des résistances de fuite élevées avec les constantes de temps considérables qu'elles introduisent. Par contre, on n'observe pas de phénomènes de polarisation dont sont douées les résistances élevées habituelles. Un autre inconvénient est créé par la valeur exceptionnellement grande de la courbure de la caractéristique de grille en ce point dont il faut alors s'éloigner le moins possible. La sensibilité qu'il est possible d'atteindre ici est également de l'ordre de 10^{-17} A.

***

Dans la seconde partie de ce travail, nous étudierons le fonctionnement d'un montage balistique, et nous examinerons certains montages de compensation à une seule lampe, et nous terminerons par quelques remarques concernant notamment : les précautions à prendre dans l'emploi des lampes électromètres, les choix et rôle des résistances élevées, le travail dans la partie courbe de la caractéristique plaque, la mesure de très faibles courants de grille, etc.

(*A suivre.*)

Manuscrit reçu le 22 janvier 1940.